CURSO DE MACROECONOMIA AVANZADA

"POLITICA FISCAL Y MONETARIA OPTIMAS"

CONTENIDO

I. Política Fiscal Optima

II. Política Monetaria en el Modelo Clásico

III. Política Monetaria en un Modelo neo-Keynesiano

Cada sección incluye algunos Problemas Seleccionados.

I. POLITICA FISCAL OPTIMA

Vamos a considerar una versión del Modelo de Crecimiento Neoclásico sin incertidumbre, pero con decisión consumo-ocio

El gobierno gasta un monto g_t exógeno del único bien en cada período

- Gasto improductivo (recursos arrojados al mar)

- El gasto puede ser financiado mediante impuestos (al trabajo o al capital) o emisión de deuda

No hay crecimiento de la población ni cambio técnico exógeno

Consideremos un gobierno que tiene acceso a los siguientes impuestos:

- Impuesto al ingreso laboral (τ_t^l)
- Impuesto a la renta del capital (τ_t^k)

El déficit corriente es financiado mediante la emisión de bonos, vendidos a las familias a un precio q_t

Restricción presupuestaria de las familias:

$$c_t + i_t + q_t b_{t+1} = (1 - \tau_t^l) w_t l_t + (1 - \tau_t^k) r_t k_t + b_t$$

Restricción presupuestaria del gobierno:

$$g_t + b_t = \tau_t^l w_t l_t + \tau_t^k r_t k_t + q_t b_{t+1}$$

Propiedades del Equilibrio Competitivo

Un *EGC* para esta economía es un conjunto de secuencias para las cantidades c_t, i_t, y_t, l_t, k_{t+1} y b_{t+1} y precios w_t, r_t y q_t, tales que:

i) Dados $k_0 > 0$, b_0, q_t, w_t y r_t, las secuencias c_t, i_t, l_t, k_{t+1} y b_{t+1} resuelven el problema:

$$\max \quad \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t u\left(c_t, 1 - l_t\right)$$

$$s.a. \quad c_t + i_t + q_t b_{t+1} = (1 - \tau_t^l) w_t l_t + (1 - \tau_t^k) r_t k_t + b_t$$

$$k_{t+1} = (1 - \delta) k_t + i_t$$

ii) En cada período t, dados w_t y r_t, los valores y_t k_t, l_t resuelven el problema:

$$\max \quad y_t - w_t l_t - r_t k_t$$

$$s.t. \quad y_t = F\left(k_t, l_t\right)$$

iii) En cada período t, el gobierno satisface la restricción presupuestaria:

$$g_t + b_t = \tau_t^l w_t l_t + \tau_t^k r_t k_t + q_t b_{t+1}$$

iv) En cada período t, hay igualdad entre oferta y demanda:

$$y_t = c_t + i_t + g_t$$

Resolveremos en primer lugar un *EGC* dadas unas secuencias de impuestos y gasto de gobierno consistentes con su restricción presupuestaria

Lagrangeano para el problema de la familia representativa:

$$\sum_{t=0}^{\infty} \Big\{ \beta^t u\left(c_t, 1 - l_t\right) - \lambda_{1t} \Big[c_t + i_t + q_t b_{t+1} - (1 - \tau_t^l) w_t l_t$$

$$- (1 - \tau_t^k) r_t k_t - b_t \Big] - \lambda_{2t} \left(k_{t+1} - (1 - \delta)\, k_t - i_t\right) \Big\}$$

Condiciones de primer orden:

$$\begin{aligned}
\frac{\partial L}{\partial c_t} &= \beta^t u_1\left(c_t, 1 - l_t\right) - \lambda_{1t} = 0 \\
\frac{\partial L}{\partial l_t} &= -\beta^t u_2\left(c_t, 1 - l_t\right) + \lambda_{1t}(1 - \tau_t^l) w_t = 0 \\
\frac{\partial L}{\partial i_t} &= -\lambda_{1t} + \lambda_{2t} = 0 \\
\frac{\partial L}{\partial b_{t+1}} &= -\lambda_{1t} q_t + \lambda_{1t+1} = 0 \\
\frac{\partial L}{\partial k_{t+1}} &= \lambda_{1t+1}(1 - \tau_{t+1}^k) r_{t+1} - \lambda_{2t} + \lambda_{2t+1}(1 - \delta) = 0
\end{aligned}$$

Combinando estas condiciones, obtenemos la ecuación de Euler

$$\frac{u_1(c_t, 1-l_t)}{\beta u_1(c_{t+1}, 1-l_{t+1})} = (1-\tau_{t+1}^k)r_{t+1} + (1-\delta)$$

la condición estática

$$u_1\left(c_t, 1-l_t\right) = \frac{u_2\left(c_t, 1-l_t\right)}{\left(1-\tau_t^l\right) w_t}$$

el precio de los bonos del gobierno

$$q_t = \frac{\beta u_1(c_{t+1}, 1-l_{t+1})}{u_1(c_t, 1-l_t)}$$

y la restricción presupuestaria

$$c_t = (1-\tau_t^l)w_t l_t + (1-\tau_t^k)r_t k_t - \left[k_{t+1} - (1-\delta)\, k_t\right] + \left[b_t - q_t b_{t+1}\right]$$

Usando los precios obtenidos del problema de la empresa:

$$r_t = F_K\left(k_t, l_t\right) \qquad w_t = F_L\left(k_t, l_t\right)$$

y la restricciones presupuestarias de la familia y del gobierno, obtenemos la condición de factibilidad:

$$c_t = F(k_t, l_t) - k_{t+1} + (1-\delta)\, k_t - g_t$$

La restricción presupuestaria del gobierno nos da la evolución de la deuda pública (dado b_0)

Para terminar la caracterización del *EGC*, nótese que tendremos ahora dos condiciones de transversalidad: una para el capital y otra para los bonos del gobierno

$$\lim_{t\to\infty}\left(\prod_{s=0}^{t-1} q_s\right) k_{t+1} = 0 \qquad \lim_{t\to\infty}\left(\prod_{s=0}^{t-1} q_s\right) q_t b_{t+1} = 0$$

Usando estas condiciones, es posible escribir las resticciones presupuestaria de las familias (y del gobierno) en términos de *valor presente*

$$\sum_{t=0}^{\infty}\left(\prod_{s=0}^{t-1} q_s\right)\left[c_t - (1-\tau_t^l) w_t l_t\right] = b_0 + \left[(1-\tau_0^k) r_0 + (1-\delta)\right] k_0$$

Volviendo a las condiciones de primer orden, comparando la ecuación de Euler con impuestos obtenida resolviendo el *EGC*

$$\frac{u_1(c_t, 1-l_t)}{\beta u_1(c_{t+1}, 1-l_{t+1})} = (1-\tau_{t+1}^k) F_K\left(k_{t+1}, l_{t+1}\right) + (1-\delta)$$

y sin impuestos, obtenida resolviendo el problema del planificador social

$$\frac{u_1(c_t, 1-l_t)}{\beta u_1(c_{t+1}, 1-l_{t+1})} = F_K\left(k_{t+1}, l_{t+1}\right) + (1-\delta)$$

vemos que el impuesto a la renta del capital es *distorsionante*

$\Rightarrow$ Afecta el margen de decisión entre consumo presente y consumo futuro

Comparando ahora la condición estática con impuestos (*EGC*)

$$u_1(c_t, 1 - l_t) = \frac{u_2(c_t, 1 - l_t)}{\left(1 - \tau_t^l\right) F_L(k_t, l_t)}$$

y sin impuestos (planificador)

$$u_1(c_t, 1 - l_t) = \frac{u_2(c_t, 1 - l_t)}{F_L(k_t, l_t)}$$

vemos que el impuesto al ingreso laboral también es distorsionante

$\Longrightarrow$ Afecta el margen entre consumo y ocio

`Política Fiscal Optima`

¿Cual es la manera óptima de financiar un gasto g_t exógeno, usando *solamente* impuestos distorsionantes (τ_t^k, τ_t^l) y deuda?

El ejercicio implica minimizar el nivel de distorsiones de la política impositiva (*second best*)

- Con impuestos de suma fija, la respuesta es trivial

- Forzaremos a que el impuesto a la renta del capital inicial (τ_0^k) sea cero

Problema de Ramsey: Encontrar las secuencias de impuestos (τ_t^k, τ_t^l) que generan el *EGC* con la mayor utilidad para la familia representativa

Enfoque primal: escoger la secuencia de asignaciones que maximiza la utilidad de la familia representativa, sujeto a restricciones que aseguren la existencia de precios e impuestos tal que las asignaciones elegidas sean consistentes con el comportamiento optimizador de los agentes

Este problema puede dividirse en tres partes:

- Caracterizar el conjunto de secuencias para las cantidades (c_t, l_t, k_{t+1} y b_{t+1}) que son *implementables* con impuestos distorsionantes

- Escoger las secuencias de cantidades que maximizan la utilidad de la familia representativa, sujeto a las restricciones de implementabilidad y factibilidad

- Encontrar los impuestos óptimos que permiten implementar esas cantidades

Por simplicidad, asumiremos una función de utilidad separable en consumo y ocio

$$u(c, 1-l) = u(c) - v(l)$$

con $u' > 0$, $u'' < 0$, $v' > 0$, $v'' > 0$

También asumiremos depreciación completa ($\delta = 1$), aunque no es importante

De la restricción presupuestaria de las familias

$$\sum_{t=0}^{\infty}\left(\prod_{s=0}^{t-1} q_s\right)\left[c_t-(1-\tau_t^l)w_t l_t\right]=b_0+(1-\tau_0^k)r_0 k_0$$

reemplazando los precios de equilibrio

$$q_t=\frac{\beta u'\left(c_{t+1}\right)}{u'\left(c_t\right)} \qquad r_t=F_K\left(k_t,l_t\right)$$

la condición estática

$$u'\left(c_t\right)=\frac{v'\left(l_t\right)}{\left(1-\tau_t^l\right)w_t}$$

y la restricción $\tau_0^k=0$, obtenemos la *condición de implementabilidad*

$$\sum_{t=0}^{\infty}\beta^t\left[u'\left(c_t\right)c_t-v'\left(l_t\right)l_t\right]=u'\left(c_0\right)\left\{b_0+F_K\left(k_0,l_0\right)k_0\right\}$$

Problema de Ramsey (primal): dados $k_0>0$, b_0, escoger secuencias c_t, l_t y k_{t+1} que resuelvan

$$\max \qquad \sum_{t=0}^{\infty}\beta^t\left[u\left(c_t\right)-v\left(l_t\right)\right]$$

$s.a.$

$$\sum_{t=0}^{\infty}\beta^t\left[u'\left(c_t\right)c_t-v'\left(l_t\right)l_t\right]=u'\left(c_0\right)\left\{b_0+F_K\left(k_0,l_0\right)k_0\right\}$$

$$c_t=F(k_t,l_t)-k_{t+1}-g_t, \qquad \forall t$$

Una vez halladas las secuencias de Ramsey para c_t, l_t, k_{t+1}, podemos recuperar los impuestos óptimos

$$\tau_t^l=1-\frac{v'\left(l_t\right)}{F_L\left(k_t,l_t\right)u'\left(c_t\right)} \qquad \tau_{t+1}^k=1-\frac{u'\left(c_t\right)/\beta u'\left(c_{t+1}\right)}{F_K\left(k_{t+1},l_{t+1}\right)}$$

`Resolviendo el Problema Primal de Ramsey`

Definiendo:

$$V\left(c_t, l_{t,}\Phi\right) \equiv [u(c_t) - v(l_t)] + \Phi\left[u'(c_t)\,c_t - v'(l_t)\,l_t\right]$$

y

$$A(c_t, l_t, k_t, b_t) \equiv u'(c_t)\,\{b_t + F_K(k_t, l_t)\,k_t\}$$

escribimos el Lagrangeano del problema de Ramsey como

$$\sum_{t=0}^{\infty}\left\{\beta^t V\left(c_t, l_{t,}\Phi\right) + \theta_t\,[F(k_t, l_t) - k_{t+1} - c_t - g_t]\right\}$$

$$-\Phi A(c_0, l_0, k_0, b_0)$$

Condiciones de primer orden:

$$\begin{aligned}
\frac{\partial L}{\partial c_t} &= \beta^t V_c\left(c_t, l_{t,}\Phi\right) - \theta_t = 0\\
\frac{\partial L}{\partial l_t} &= \beta^t V_l\left(c_t, l_{t,}\Phi\right) + \theta_t F_L(k_t, l_t) = 0\\
\frac{\partial L}{\partial k_{t+1}} &= -\theta_t + \theta_{t+1} F_K(k_{t+1}, l_{t+1}) = 0\\
\frac{\partial L}{\partial c_0} &= V_c\left(c_0, l_{0,}\Phi\right) - \theta_0 - \Phi A_c(c_0, l_0, k_0, b_0) = 0\\
\frac{\partial L}{\partial l_0} &= V_l\left(c_0, l_{0,}\Phi\right) + \theta_0 F_L(k_0, l_0) - \Phi A_l(c_0, l_0, k_0, b_0) = 0\\
\frac{\partial L}{\partial \theta_t} &= F(k_t, l_t) - k_{t+1} - c_t - g_t = 0
\end{aligned}$$

Combinando las tres primeras condiciones, tenemos los equivalentes a las ecuaciones de Euler

$$\frac{V_c\left(c_t, l_{t,}\Phi\right)}{\beta V_c\left(c_{t+1}, l_{t+1,}\Phi\right)} = F_K(k_{t+1}, l_{t+1})$$

a la condición estática consumo-ocio

$$V_c\left(c_t, l_{t,}\Phi\right) = -\frac{V_l\left(c_t, l_{t,}\Phi\right)}{F_L(k_t, l_t)}$$

y a la condición de factibilidad

$$c_t = F(k_t, l_t) - k_{t+1} - g_t$$

Dado Φ, tenemos un sistema de tres ecuaciones en diferencia de primer orden en k_t, c_t y l_t

Algoritmo:

1. Empezar con un Φ dado
2. Resolver el sistema anterior y obtener las trayectorias para $k_t(\Phi)$, $c_t(\Phi)$ y $l_t(\Phi)$
3. Encontrar los precios e impuestos que soportan esas secuencias como EGC
4. Verificar que se cumple la restricción presupuestaria del consumidor; en caso contrario, actualizar Φ

El Impuesto Optimo al Capital

Al finalizar el algoritmo anterior, hemos obtenido las secuencias óptimas de impuestos para τ_t^l y τ_{t+1}^k

Veamos ahora algunas propiedades cualitativas de la solución en el largo plazo (estado estacionario)

De la ecuación de Euler / Ramsey:

$$\frac{V_c\left(c_t, l_{t,}\Phi\right)}{\beta V_c\left(c_{t+1}, l_{t+1,}\Phi\right)} = F_K(k_{t+1}, l_{t+1})$$

tenemos que, en estado estacionario

$$\frac{1}{\beta} = F_K(k_{t+1}, l_{t+1})$$

pero ésto solo es posible en un EGC sin impuestos al capital

$\Rightarrow$ En el largo plazo, si la economía converge a un estado estacionario, el impuesto óptimo al capital tiende a cero

Este resultado se debe a Chamley (1986)

Su intuición es que un impuesto al capital positivo implica gravar el consumo futuro a una tasa cada vez mayor ...

... pero eso es inconsistente con la existencia de un estado estacionario en el cual el consumo es constante

Fuera del estado estacionario, podemos escribir usando la definición de V

$$\frac{V_c\left(c_t, l_{t,}\Phi\right)}{\beta V_c\left(c_{t+1}, l_{t+1,}\Phi\right)} \equiv$$

$$\frac{u'(c_t) + \Phi\left[u'(c_t) + u''(c_t)\, c_t\right]}{\beta\left\{u'(c_{t+1}) + \Phi\left[u'(c_{t+1}) + u''(c_{t+1})\, c_{t+1}\right]\right\}} = F_K(k_{t+1}, l_{t+1})$$

es decir

$$\frac{1 + \Phi\left[1 - \varepsilon_{c,t}\right]}{1 + \Phi\left[1 - \varepsilon_{c,t+1}\right]} = \left[\frac{\beta u'(c_{t+1})}{u'(c_t)}\right] F_K(k_{t+1}, l_{t+1})$$

en donde $\varepsilon_{c,t}$ es la elasticidad de la utilidad marginal con respecto al consumo

$$\varepsilon_{c,t} = \frac{-u''(c_t)\, c_t}{u'(c_t)}$$

Si la función de utilidad es isoelástica,

$$u(c_t) = \frac{c_t^{1-\sigma}}{1-\sigma}$$

entonces $\varepsilon_{c,t} = \sigma$ es constante, por lo tanto

$$\left[\frac{\beta u'(c_{t+1})}{u'(c_t)}\right] F_K(k_{t+1}, l_{t+1}) = 1$$

Nuevamente, en un EGC ésto solo es posible si el impuesto al capital es cero

$\Rightarrow$ Fuera del estado estacionario, si la función de utilidad es isoelástica, el impuesto óptimo al capital es cero en cada período

Este resultado se debe a Chari y Kehoe (1999)

Un argumento similar, partiendo de la condición estática

$$V_c\left(c_t, l_{t,}\Phi\right) = -\frac{V_l\left(c_t, l_{t,}\Phi\right)}{F_L(k_t, l_t)}$$

puede usarse para mostrar que el impuesto óptimo al trabajo:

- Es constante (aunque distinto de cero) en el largo plazo
- Si la función de utilidad es isoelástica tanto en el consumo como el ocio
$$u\left(c_t\right) - v\left(l_t\right) = \frac{c_t^{1-\sigma}}{1-\sigma} - \frac{l_t^{1+\gamma}}{1+\gamma}$$
el impuesto al trabajo debe ser también constante a lo largo de la transición

Algunos Temas en Política Fiscal

Inconsistencia Temporal

• La política fiscal óptima descrita sólo lo es si el gobierno se compromete a una secuencia de impuestos desde el período 0 y cumple con este plan

• Sin embargo, es fácil ver que el gobierno tiene incentivos en cada período para desviarse del plan original, en este caso sorprendiendo a las familias con un impuesto al capital por un período y reduciendo el impuesto al trabajo

• La única manera de sostener un equilibrio de Ramsey sin un compromiso por parte del gobierno es mediante un argumento de *reputación*, tal que los agentes castiguen ese tipo de desviaciones (Chari y Kehoe, 1990)

Deuda Publica y Suavizamiento de Impuestos

• En nuestro modelo, la existencia de impuestos distorsionantes hace que no se cumpla la Equivalencia Ricardiana; no es irrelevante financiar el gasto corriente mediante deuda o impuestos

• La política fiscal óptima encontrada implica que el gobierno suavice los impuestos a lo largo del tiempo (para minimizar las distorsiones dinámicas); para ello, utilizará la deuda pública como amortiguador

• Una implicación es que en el caso de un aumento inesperado y temporal del gasto (por ejemplo, una guerra), el gobierno deberá emitir deuda en vez de subir impuestos (Barro, 1979)

Redistribución Optima

• El modelo básico no permite hablar de temas de distribución del ingreso

• Con agentes heterogéneos el problema de política fiscal óptima es más complicado, pues se necesita una función de bienestar social que maximizar

• En general, no es cierto con agentes heterogéneos que el impuesto al capital sea cero; dependerá del peso de los "trabajadores" en relación al peso de los "capitalistas" en la función de bienestar social

• Sin embargo, si permitimos un impuesto al trabajo que varíe de acuerdo al nivel de ingreso, el impuesto óptimo al capital seguirá siendo cero (Judd, 1985)

PROBLEMAS SELECCIONADOS

1. *Política Fiscal Optima con Impuestos al Consumo*

Considere el problema de política fiscal óptima visto en clase, pero suponiendo ahora que el gobierno tiene acceso solamente al impuesto al trabajo (τ_l) y a un impuesto al consumo (τ_c). Adicionalmente, el gobierno puede emitir deuda en cada período, bajo la forma de nuevos bonos (b_{t+1}) emitidos a un precio (q_t). El consumidor representativo tiene función de utilidad separable en consumo y ocio:

$$u\left(c_t, 1-l_t\right) = u\left(c_t\right) - v\left(l_t\right)$$

El problema de política fiscal óptima es caracterizar las secuencias para $\left\{\tau_{l,t}, \tau_{c,t}\right\}$ que maximicen la utilidad intertemporal del agente representativo, dado una secuencia $\{g_t\}$ de gasto exógeno del gobierno.

i) Encuentre las condiciones de primer orden que caracterizan el equilibrio competitivo dadas una secuencias de impuestos $\left\{\tau_{l,t}, \tau_{c,t}\right\}$ y muestre que un impuesto al consumo que no es constante a lo largo del tiempo afecta tanto la ecuación de Euler como la condición estática consumo-ocio;

ii) Muestre que para que el problema de política fiscal óptima sea interesante, es necesario asumir $\tau_{c,0} = 0$ o cualquier otro valor exógenamente dado (Sugerencia: muestre que la solución $\tau_{c,t} = \tau$ y $\tau_{l,t} = -\tau$ evita el efecto distorsionante de los impuestos y puede ser consistente con la restricción presupuestaria del gobierno);

iii) Usando las condiciones halladas en (i), y asumiendo $\tau_{c,0} = 0$, derive la restricción de implementabilidad:

$$\sum_{t=0}^{\infty} \beta^t \left[u'\left(c_t\right) c_t - v'\left(l_t\right) l_t\right] = u'\left(c_0\right) \left\{b_0 + F_K\left(k_0, l_0\right) k_0\right\}$$

y defina el correspondiente Problema de Ramsey;

iv) Resuelva el problema de Ramsey y muestre que en el largo plazo (o estado estacionario) las secuencias de impuestos óptimas $\left\{\tau_{l,t}, \tau_{c,t+1}\right\}$ deben ser constantes a lo largo del tiempo. Interprete este resultado.

2. *Política Fiscal Optima con Impuestos Incompletos*

Considere una versión del modelo de crecimiento neoclásico con dos tipos de trabajo. La utilidad de la familia representativa en cada período es

$$u\left(c_t\right) - v\left(l_{1t} + l_{2t}\right)$$

en donde l_{1t} y l_{2t} son las horas dedicadas a cada tipo de trabajo. La función de producción sigue exhibiendo rendimientos a escala constantes, aunque incluye ahora por separado los dos tipos de trabajo

$$y_t = F\left(k_t, l_{1t}, l_{2t}\right)$$

por lo cual los salarios de cada tipo de trabajo w_{1t} y w_{2t} son también diferentes. El gobierno debe financiar una secuencia exógena de gasto g_t mediante impuestos al salario recibido por cada tipo de trabajo ($\tau_{1,t}$, $\tau_{2,t}$), al retorno del capital ($\tau_{k,t}$), y la emisión de deuda. Por simplicidad, asuma que no hay crecimiento de la población ni progreso técnico y que la depreciación es completa ($\delta = 1$). Para hacer el problema interesante, imponemos $\tau_{k,0} = 0$.

i) Defina un equilibrio general competitivo para esta economía;

ii) Caracterice lo mejor posible el equilibrio;

iii) Derive la condición de implementabilidad, reemplazando las condiciones de primer orden en la restricción presupuestaria de la familia representativa (en valor presente);

iv) Resuelva el problema de Ramsey y caracterice los impuestos óptimos. ¿Cual es la relación entre los valores óptimos de $\tau_{1,t}$ y $\tau_{2,t}$?

Vamos a introducir un par de cambios en el problema. Primero, suponga que la función de utilidad es $u(c_t) - v(l_{1t}) - z(l_{2t})$. Segundo, suponga que el gobierno está ahora restringido a cobrar el mismo impuesto a cada tipo de trabajo, i.e., $\tau_{1,t} = \tau_{2,t}$

v) Defina el nuevo problema de Ramsey. Sugerencia: para imponer que los impuestos a cada tipo de trabajo sean iguales, puede incorporar al problema la restricción $v' F_{L_2} = z' F_{L_1}$;

vi) Resuelva el nuevo problema de Ramsey y muestre que en estado estacionario el impuesto óptimo al capital no es cero, a menos que se cumpla que $F_{L_1} F_{KL_2} = F_{L_2} F_{KL_1}$. Interprete este resultado.

Nota: Estos dos problemas fueron tomados del libro de Sargent y Ljunqvist, *Recursive Macroeconomic Theory (2 ed.)*, Capítulo 15

II. POLITICA MONETARIA EN EL MODELO CLASICO

¿Cómo introducir dinero en el modelo de crecimiento neoclásico?

Necesitamos alguna razón para que los agentes escojan óptimamente mantener un stock de dinero entre períodos, renunciando a invertirlo en activos que ofrecen un retorno positivo:

- Dinero en la funcion de utilidad
- Motivos transaccionales (*cash-in-advance*)
- Modelos de búsqueda

`El Modelo de Cash-in-Advance`

Supondremos dos tipos de bienes de consumo:

- Tipo 1: se puede comprar a crédito con dinero proveniente del ingreso corriente
- Tipo 2: debe ser adquirido al contado con dinero traído del período anterior

Estos bienes son sustitutos imperfectos en la utilidad del consumidor representativo

$$u\left(c_t^1, c_t^2\right) - v\left(l_t\right)$$

Por simplicidad, no habrá capital ni inversión ($Y_t = AL_t$)

El gobierno debe financiar una secuencia exógena de transferencias nominales a las familias T_t mediante el cobro de un impuesto de suma fija, la emisión de dinero (impuesto inflación) y la emisión de deuda

Restricción presupuestaria del gobierno:

$$T_t = (M_{t+1} - M_t) + (Q_t B_{t+1} - B_t)$$

en donde M_t es la cantidad de dinero (stock) a *comienzos* del período t y B_t es un bono nominal

Por simplicidad, no hay gasto de gobierno improductivo

Supondremos que la secuencia T_t se ajusta a fin de satisfacer esta restricción, dada una secuencia exógena de M_t

Las familias utilizan su ingreso (salarios más transferencias del gobierno) para adquirir bienes de consumo, de acuerdo a la restricción presupuestaria:

$$P_t c_t^1 + M_{t+1} + Q_t B_{t+1} = W_t l_t + B_t - T_t + \left(M_t - P_t c_t^2\right)$$

en donde l_t es la oferta de trabajo (endógena) y P_t y W_t son precios monetarios, no relativos

Las familias enfrentan también la restricción de *cash-in-advance (CIA)*:

$$P_t c_t^2 \leq M_t$$

Si mantener dinero es costoso (i.e., si la tasa de interés nominal es positiva) la restricción *CIA* se debe cumplir con igualdad

Vamos a concentrarnos inicialmente en ese tipo de equilibrio

Definición de Equilibrio

Un *EGC* es un conjunto de secuencias para las cantidades c_t^1, c_t^2, l_t, y_t, B_{t+1} y M_{t+1}, junto con los precios P_t, W_t y Q_t, tales que:

i) Dados $M_0 > 0$, B_0 y los precios P_t, W_t y Q_t, las secuencias c_t^1, c_t^2, l_t, B_{t+1} y M_{t+1} resuelven el problema:

$$\max \qquad \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t \left[u\left(c_t^1, c_t^2\right) - v\left(l_t\right) \right]$$

$s.a.$

$$P_t c_t^1 + M_{t+1} + Q_t B_{t+1} = W_t l_t + B_t - T_t$$

$$P_t c_t^2 = M_t$$

ii) En cada período t, dados P_t y W_t, los valores y_t, l_t resuelven el problema:

$$\max \qquad P_t y_t - W_t l_t$$

$$s.a. \qquad y_t = A l_t$$

iii) En cada período t, el gobierno satisface la restricción presupuestaria:

$$T_t = (M_{t+1} - M_t) + (Q_t B_{t+1} - B_t)$$

iv) En cada período t, hay igualdad entre oferta y demanda:

$$y_t = c_t^1 + c_t^2$$

Resolviendo el Equilibrio Competitivo

Como veremos más adelante, el gobierno introduce una distorsión en la economía al emitir dinero

$\Rightarrow$ Los Teoremas del Bienestar no se cumplen

Resolvemos directamente el *EGC*

Lagrangeano para el problema de la familia representativa:

$$L = \sum_{t=0}^{\infty} \left\{ \beta^t \left[u\left(c_t^1, c_t^2\right) - v\left(l_t\right) \right] - \lambda_{1t} \left(P_t c_t^1 + M_{t+1} + Q_t B_{t+1} \right.\right.$$
$$\left.\left. - W_t l_t + B_t - T_t \right) - \lambda_{2t} \left(P_t c_t^2 - M_t \right) \right\}$$

Condiciones de primer orden:

$$\begin{aligned}
\frac{\partial L}{\partial c_t^1} &= \beta^t u_1\left(c_t^1, c_t^2\right) - \lambda_{1t} P_t = 0 \\
\frac{\partial L}{\partial c_t^2} &= \beta^t u_2\left(c_t^1, c_t^2\right) - \lambda_{2t} P_t = 0 \\
\frac{\partial L}{\partial l_t} &= \beta^t v'\left(l_t\right) - \lambda_{1t} W_t = 0 \\
\frac{\partial L}{\partial M_{t+1}} &= -\lambda_{1t} + \lambda_{2t+1} = 0 \\
\frac{\partial L}{\partial B_{t+1}} &= -\lambda_{1t} Q_t + \lambda_{1t+1} = 0
\end{aligned}$$

Reemplazando, obtenemos la Ecuación de Euler

$$\frac{u_1\left(c_t^1, c_t^2\right)}{\beta u_1\left(c_{t+1}^1, c_{t+1}^2\right)} = \frac{P_t}{P_{t+1}Q_t}$$

la condición estática

$$u_1\left(c_t^1, c_t^2\right) = \frac{v'\left(l_t\right)}{W_t/P_t}$$

y la condición de no-arbitraje

$$\frac{\beta u_2\left(c_{t+1}^1, c_{t+1}^2\right)}{u_1\left(c_t^1, c_t^2\right)} = \frac{P_{t+1}}{P_t}$$

que iguala la tasa marginal de sustitución entre consumir el bien del tipo 2 mañana y el bien tipo 1 hoy a la tasa de inflación, es decir, la tasa a la cual pierde valor el dinero entre los dos períodos

De la restricción *CIA*, tenemos

$$\left(\frac{P_{t+1}}{P_t}\right)\left(\frac{c_{t+1}^2}{c_t^2}\right) = \frac{M_{t+1}}{M_t}$$

luego, usando la ecuación de Euler y la condición de no arbitraje,

$$\frac{M_{t+1}}{M_t} = \frac{\beta u_2\left(c_{t+1}^1, c_{t+1}^2\right)}{u_1\left(c_t^1, c_t^2\right)}\left(\frac{c_{t+1}^2}{c_t^2}\right)$$

Del problema de la empresa obtenemos como es usual

$$W_t = P_t A$$

Por último, combinando las restricciones presupuestarias del consumidor representativo y del gobierno y usando la restricción de *CIA* y los precios de equilibrio, obtenemos la condición de factibilidad

$$c_t^1 + c_t^2 = A l_t$$

Resumiendo, las variables reales del equilibrio competitivo para esta economía están caracterizadas por:

$$u_1\left(c_t^1, c_t^2\right) = \frac{v'(l_t)}{A}$$

$$\frac{M_{t+1}}{M_t} = \frac{\beta u_2\left(c_{t+1}^1, c_{t+1}^2\right)}{u_1\left(c_t^1, c_t^2\right)}\left(\frac{c_{t+1}^2}{c_t^2}\right)$$

$$c_t^1 + c_t^2 = Al_t$$

Sistema no lineal de tres ecuaciones en diferencia en c_t^1, c_t^2 e l_t

La trayectoria temporal de M_t es exógena

Una vez halladas las variables reales del modelo, podemos encontrar la tasa de interés nominal combinando la ecuación de Euler y la condición de no arbitraje

$$1 + i_{t+1} \equiv Q_t = \frac{u_2\left(c_{t+1}^1, c_{t+1}^2\right)}{u_1\left(c_{t+1}^1, c_{t+1}^2\right)}$$

También podemos encontrar la tasa de inflación, a partir nuevamente de la ecuación de Euler

$$1 + \pi_{+1} \equiv \frac{P_{t+1}}{P_t} = \frac{1 + i_{t+1}}{u_1\left(c_t^1, c_t^2\right)/\beta u_1\left(c_{t+1}^1, c_{t+1}^2\right)}$$

Nótese que estos resultados son consistentes con la *ecuación de Fisher*

$$1 + i_{t+1} \equiv (1 + r_{t+1})(1 + \pi_{t+1})$$

Alternativamente, podemos pensar en un régimen monetario en el cual la autoridad monetaria controla directamente la tasa de interés nominal; en ese caso, el sistema

$$u_1\left(c_t^1, c_t^2\right) = \frac{v'\left(l_t\right)}{A}$$

$$1 + i_{t+1} = \frac{u_2\left(c_{t+1}^1, c_{t+1}^2\right)}{u_1\left(c_{t+1}^1, c_{t+1}^2\right)}$$

$$c_t^1 + c_t^2 = Al_t$$

permite encontrar las variables reales, y la ecuación

$$\frac{M_{t+1}}{M_t} = \frac{\beta u_2\left(c_{t+1}^1, c_{t+1}^2\right)}{u_1\left(c_t^1, c_t^2\right)}\left(\frac{c_{t+1}^2}{c_t^2}\right)$$

nos da la trayectoria endógena de la cantidad de dinero

`Tasa de Interés Nominal y Demanda por Dinero`

En el modelo, la tasa de interés nominal se determina como el ratio entre las utilidades marginales de los bienes de consumo comprados al contado y a crédito

Reemplazando la restricción de cash-in-advance y la condición de vacíado de mercado

$$\frac{u_2\left(y_t - \frac{M_t}{P_t}, \frac{M_t}{P_t}\right)}{u_1\left(y_t - \frac{M_t}{P_t}, \frac{M_t}{P_t}\right)} = 1 + i_t$$

Esta ecuación define implícitamente una demanda real por dinero, que depende inversamente de la tasa de interés nominal y directamente del nivel de producto

Por ejemplo, con $u\left(c_t^1, c_t^2\right) = \log\left(c_t^1\right) + \xi \log\left(c_t^2\right)$ tenemos

$$\frac{M_t}{P_t} = \frac{\xi y_t}{1 + i_t + \xi}$$

Podemos utilizar este ejemplo para ilustrar como se cumple la *Ecuación Cuantitativa del Dinero* en este modelo. Escribimos:

$$M_t v_t = P_t y_t$$

con

$$v_t \equiv \frac{1 + i_t + \xi}{\xi}$$

La *velocidad de circulación* en el modelo depende directamente de la tasa de interés nominal

`Neutralidad del Dinero`

Supongamos que multiplicamos la cantidad de dinero de cada período por un mismo factor $\eta > 1$

$$\widehat{M}_t = \eta M_t \qquad \forall t$$

Esto implica aumentar la cantidad inicial de dinero, pero mantener la misma tasa de crecimiento de la oferta monetaria

- El nuevo equilibrio competitivo exhibe las mismas trayectorias para las variables reales c_t^1, c_t^2, l_t

- La cantidad real de dinero $\frac{M_t}{P_t}$, la tasa de interés nominal y la tasa de inflación tampoco cambian

- Lo único que cambia es la trayectoria para los precios

$$\begin{aligned} \widehat{P}_t &= \eta P_t \qquad \forall t \\ \widehat{W}_t &= \eta W_t \qquad \forall t \end{aligned}$$

  Los precios aumentan en la misma proporción que la oferta monetaria

  ... pero los precios relativos, como el salario real, no cambian

En ese sentido débil, el dinero es *neutral*

Cualquier modelo que no satisfaga esa propiedad exhibe *ilusión monetaria*: cambios en las unidades en las cuales se miden los precios afectan las decisiones de los agentes

`Efectos de la Política Monetaria`

Si bien no hay ilusión monetaria, la política monetaria tendrá efectos reales en la medida que afecte la tasa de interés nominal

En particular, cambios en la tasa de creación de dinero (M_{t+1}/M_t) afectan el margen de decisión entre consumo del bien tipo 1 y tipo 2

En ese sentido, el dinero no es neutral en un sentido fuerte

El canal de transmisión al producto está dado por la respuesta de la oferta monetaria

En general, políticas monetarias "expansivas" tienen el efecto contrario sobre el nivel de producto

Empecemos analizando un regimen monetario en el cual la autoridad monetaria mantiene constante la tasa de crecimiento del dinero

$$M_{t+1} = (1+\mu)\, M_t$$

Podemos mostrar facilmente que el modelo converge *instantáneamente* a un estado estacionario, en el cual:

• Las variables reales permanecen constantes

• La tasa de inflación es igual a la tasa de crecimiento del dinero μ

• El salario nominal y el valor nominal de las transferencias crecen a esa misma tasa μ

En estado estacionario:

$$u_1\left(c^{1*}, c^{2*}\right) = \frac{v'\left(l^*\right)}{A}$$

$$1+\mu = \frac{\beta u_2\left(c^{1*}, c^{2*}\right)}{u_1\left(c^{1*}, c^{2*}\right)}$$

$$c^{1*} + c^{2*} = Al^*$$

Estas tres ecuaciones determinan los valores de equilibrio de l^*, c^{1*} y c^{2*}

$\Rightarrow$ Un aumento *permanente* en la tasa de creación de dinero ($\mu \uparrow$) aumenta el consumo del bien tipo 1, reduce la oferta de trabajo y contrae el producto, también de manera permanente

La tasa de interés nominal de estado estacionario queda determinada por

$$1 + i^* = \frac{u_2\left(c^{1*}, c^{2*}\right)}{u_1\left(c^{1*}, c^{2*}\right)} = \frac{1+\mu}{\beta}$$

y verificamos que la tasa de inflación de estado estacionario

$$1 + \pi^* = \beta\left(1+i\right) = 1 + \mu$$

es igual a la tasa de creación de dinero

Es posible implementar el mismo equilibrio con una política que mantenga la tasa de interés nominal constante

$$i_{t+1} = \iota$$

en cuyo caso la tasa de creación de dinero y la tasa de inflación serán $\beta\left(1+\iota\right)$

Veamos ahora que ocurre con un choque temporal a la cantidad de dinero. En particular, supongamos que $M_{t+1}/M_t = 1+\mu$, $\forall t > 0$, pero $M_1/M_0 = 1 + \widehat{\mu} > 1 + \mu$

En el período 1, la economía converge instantáneamente al estado estacionario anterior, pero en el período 0 debe satisfacer el sistema

$$u_1\left(c_0^1, c_0^2\right) = \frac{v'\left(l_0\right)}{A}$$

$$1 + \widehat{\mu} = \frac{\beta u_2\left(c^{1*}, c^{2*}\right)}{u_1\left(c_0^1, c_0^2\right)}\left(\frac{c^{2*}}{c_0^2}\right)$$

$$c_0^1 + c_0^2 = Al_0$$

$\Rightarrow$ Un aumento *temporal* en la tasa de creación de dinero ($\widehat{\mu}\uparrow$) aumenta temporalmente el consumo del bien tipo 1, reduciendo la oferta de trabajo y el producto

Para el caso especial $u\left(c_t^1, c_t^2\right) = \log\left(c_t^1\right) + \xi \log\left(c_t^2\right)$, las condiciones de primer orden quedan

$$\frac{1}{c_t^1} = \frac{v'(l_t)}{A}$$

$$\frac{M_{t+1}}{M_t} = \xi\beta\left(\frac{c_t^1}{c_t^2}\right)$$

$$c_t^1 + c_t^2 = Al_t$$

que combinadas nos dan

$$\frac{M_{t+1}}{M_t} = \xi\beta\left(\frac{A}{Al_t v'(l_t) - A}\right)$$

Verificamos que un aumento en la tasa de creación de dinero *reduce* la oferta de trabajo, luego el producto

---

`Optimalidad de la Regla de Friedman`

Regla de Friedman: la autoridad monetaria debe mantener una tasa de interés nominal igual a cero en cada período

En el modelo de *cash-in-advance* que hemos visto la regla de Friedman es óptima

Intuición: si la tasa de interés nominal es cero, las familias son indiferentes entre recibir su ingreso en un período o en el siguiente

.... eliminando la distorsión introducida en el modelo por la restricción de *CIA*

Para demostrarlo, revisemos la solución del problema del planificador social sin dinero

$$\max \quad \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t \left[u\left(c_t^1, c_t^2\right) - v\left(l_t\right) \right]$$

$$s.a. \qquad c_t^1 + c_t^2 = Al_t$$

con condiciones de primer orden

$$u_1\left(c_t^1, c_t^2\right) = \frac{v'\left(l_t\right)}{A}$$

$$u_1\left(c_t^1, c_t^2\right) = u_2\left(c_t^1, c_t^2\right)$$

$$c_t^1 + c_t^2 = Al_t$$

Las condiciones primera y tecera coinciden con las que obtuvimos resolviendo el *EGC* del modelo de *cash-in-advance*

Ahora bien, en vez de la segunda condición, teníamos en dicho modelo una ecuación que determinaba la tasa de interés nominal

$$\frac{u_2\left(c_t^1, c_t^2\right)}{u_1\left(c_t^1, c_t^2\right)} = 1 + \iota_t$$

Vemos que para igualar las utilidades marginales del consumo de ambos tipos de bienes (requerido para que la solución sea un óptimo de Pareto), la tasa de interés nominal debe ser cero en cada período

¿Qué implica ésto en términos de la política monetaria?

En general es dificil caracterizar el tipo de políticas monetarias consistentes con una tasa de interés nominal igual a cero

La razón es que, bajo la regla de Friedman, la restricción *CIA* no tiene que cumplirse con igualdad, por lo que no es necesariamente cierto que

$$\left(\frac{P_{t+1}}{P_t}\right)\left(\frac{c^2_{t+1}}{c^2_t}\right) = \frac{M_{t+1}}{M_t}$$

Si la tasa de interés nominal es cero, las familias son indiferentes entre guardar dinero o destinarlo a la compra de capital, luego la demanda de dinero es *indeterminada*

Pueden haber equilibrios especulativos en los cuales los agentes guarden más dinero que el necesario a la espera de una deflación

Cole y Kocherlakota (1998) muestran que la tasa de interés nominal es igual a cero en cada período si y solo si

$$\lim_{t\to\infty} M_t = 0 \quad \text{y} \quad \min_t \left\{\frac{M_t}{\beta^t}\right\} = \kappa > 0$$

es decir, si la cantidad de dinero tiende a cero en el largo plazo y la tasa a la cual cae la cantidad de dinero asintóticamente no es "muy rápida"

Sin embargo, estas condiciones son consistente con diversas trayectorias para la cantidad de dinero, incluso algunas en las cuales la cantidad de dinero *aumenta* en determinados períodos

Aún más, ciertas políticas monetarias que satisfacen estas condiciones pueden generar dos equilibrios: uno óptimo con $\iota_t = 0$ y otro subóptimo con $\iota_t > 0$

Para el caso especial

$$u\left(c_t^1, c_t^2\right) = \log\left(c_t^1\right) + \xi \log\left(c_t^2\right)$$

Cole y Kocherlakota muestran que la regla de política monetaria

$$M_{t+1} = \beta M_t$$

implementa un único equilibrio en el cual se satisface la regla de Friedman ($\iota_t = 0$, $\forall t$)

Este equilibrio converge a un estado estacionario sin dinero y sin inflación

`Dominancia Fiscal y la Regla de Friedman`

El resultado de optimalidad de la regla de Friedman depende crucialmente de la existencia de impuestos de suma fija que ajusten la restricción presupuestaria del gobierno

- Si el gobierno debe escoger entre recaudar recursos mediante algún impuesto distorsionante (al trabajo o al capital) o mediante el impuesto inflación, en general la regla de Friedman es sub-óptima

- Aún en el caso en que el gobierno tenga acceso a impuestos de suma fija, la regla de Friedman puede no ser implementable

  Si las transferencias T_t son exógenas se requiere del impuesto inflación para financiarlas (*dominancia fiscal*)

Bajo la regla de Friedman ($Q_t = 1$), la restricción presupuestaria del gobierno en valor presente es

$$\begin{aligned}\sum_{t=0}^{\infty} T_t &= \sum_{t=0}^{\infty} [(M_{t+1} - M_t) + (B_{t+1} - B_t)] \\ &= -M_0 - B_0\end{aligned}$$

Por lo tanto, para implementar tasas de interés nominales iguales a cero es necesario que el gobierno mantenga un superavit fiscal (transferencias negativas en valor presente) que permita cubrir el valor de la deuda pública y la cantidad de dinero iniciales

Si las transferencias son exógenas y $\sum_{t=0}^{\infty} T_t > -M_0 - B_0$, entonces la regla de Friedman no es implementable

... la mejor regla de política monetaria implementable no nos llevará al óptimo de Pareto (*second best*)

Consideremos más en detalle la política monetaria cuando hay dominancia fiscal. Supongamos que inicialmente $M_{t+1} = M_t$, $B_t = 0$, y $T_t = 0$, $\forall t$, y analicemos el efecto de dos políticas expansivas en el período 0:

1. *Impuesto Inflación*

   Aumentar $\widehat{M}_1 > M_0$ y aumentar $\widehat{T}_0$, manteniendo $B_t = 0$, $\forall t$, tal que

   $$\widehat{M}_1 - M_0 = \widehat{T}_0$$

   En este caso, la inflación aumenta ($P_1/P_0 \uparrow$) y el producto disminuye en el primer período

   El efecto es de corto plazo; en los períodos siguientes la inflación se mantiene constante

   $\Rightarrow$ Los déficit fiscales financiado mediante el impuesto inflación son inflacionarios y recesivos

2. *Operación de Mercado Abierto*

   Aumentar $\widehat{M}_1 > M_0$ con $\widehat{B}_1 < 0$, manteniendo $T_t = 0$, $\forall t$, tal que

   $$\widehat{M}_1 - M_0 = -\widehat{Q}_0 \widehat{B}_1$$

   Al igual que en el caso anterior, se produciría inflación en el primer período. Sin embargo, en el período siguiente se tiene que satisfacer la restricción presupuestaria del gobierno, luego

   $$\widehat{M}_2 - \widehat{M}_1 = \widehat{B}_1 - \widehat{Q}_1 \widehat{B}_2$$

   O bien disminuye $\widehat{M}_2$, produciendo una deflación mayor en el segundo período ($P_2/P_0 \downarrow$) o bien disminuye $\widehat{B}_2$ aún más, con lo cual se mantiene el dilema el siguiente período

   $\Rightarrow$ En el largo plazo, las operaciones de mercado abierto generan el efecto contrario sobre la inflación y el producto

En otras palabras, las operaciones de mercado abierto solo reasignan el impuesto inflación a lo largo del tiempo

Este razonamiento está a la base de lo que Sargent y Wallace (1981) llaman la *(desagradable) aritmética monetarista:*

El gobierno puede creer que combate la inflación mediante políticas monetarias contractivas que reducen la cantidad de dinero mediante operaciones de compra de deuda pública

... sin embargo, esas políticas solo postergan la inflación hacia el futuro

... a menos de que vayan acompañadas de una reducción en el déficit fiscal

PROBLEMAS SELECCIONADOS

1. *Resolviendo un Caso Especial del Modelo de Cash-In-Advance*

Considere la siguiente versión del modelo de cash-in advance. La empresa representativa opera una tecnología descrita por la función de producción

$$y_t = Al_t$$

La familia representativa maximiza su utilidad intertemporal

$$\sum_{t=0}^{\infty} \beta^t \left[\log\left(c_t^1\right) + \log\left(c_t^2\right) + \gamma \log\left(1 - l_t\right)\right]$$

sujeto a la restricción de cash-in advance

$$P_t c_t^2 \leq M_t$$

y la restricción presupuestaria

$$\begin{aligned} P_t c_t^1 + M_{t+1} + D_{t+1} &= W_t l_t + (1 + \iota_t) D_t \\ &\quad + T_t + (M_t - P_t c_t^2) \end{aligned}$$

en donde D_{t+1} representan préstamos en dinero entre familias, e ι_t es la tasa de interés nominal asociada a estos prestamos. En equilibrio, la oferta neta de prestamos es cero. Finalmente, el gobierno enfrenta la restricción presupuestaria

$$T_t = \mu_t M_t$$

en donde μ_t es la tasa de crecimiento de la oferta monetaria en el período t.

i) Defina un equilibrio competitivo para esta economía (asuma que la restricción de cash-in-advance se cumple con igualdad)

ii) Caracterice lo mejor posible el equilibrio (halle las ecuaciones de Euler, no-arbitraje, consumo-ocio, factibilidad, etc.)

iii) Usando las ecuaciones obtenidas en (ii), muestre que, en equilibrio, la tasa de interés nominal está dada por

$$\iota_t = \frac{1+\mu_t}{\beta} - 1$$

la oferta de trabajo, por

$$l_t = \frac{\beta + (1+\mu_t)}{\beta + (1+\gamma)(1+\mu_t)}$$

el consumo del bien tipo 1, por

$$c_t^1 = \frac{A(1+\mu_t)}{\beta + (1+\gamma)(1+\mu_t)}$$

y el nivel de precios, por

$$P_t = \left(\frac{\beta + (1+\gamma)(1+\mu_t)}{\beta A}\right) M_t$$

En los siguientes incisos, utilice los siguientes valores para los parámetros del modelo

$$\beta = 0.95 \quad \gamma = 0.6 \quad A = 1$$

iv) Suponga que $M_0 = 10$ y que $\mu_t = 0.05$, $\forall t$. Calcule y grafique las trayectorias para las variables reales (c_t^1, c_t^2, c_t, l_t, y_t) y nominales (P_t, ι_t) del modelo por 100 períodos, empezando por $t = 0$. Calcule y grafique también las trayectorias para la tasa de crecimiento del producto y la tasa de inflación.

v) Suponga que $M_0 = 20$ y que $\mu_t = 0.05$, $\forall t$. Calcule y grafique las trayectorias para las mismas variables y compárelas con las obtenidas en (iv). ¿Se cumple la propiedad de neutralidad del dinero en este modelo?

vi) Suponga ahora que $M_0 = 10$ y que $\mu_0 = 0.10$, y $\mu_t = 0.05$, $\forall t \geq 1$. Calcule y grafique las trayectorias para las mismas variables y compárelas con las obtenidas en (iv). ¿Cual es el impacto de un aumento temporal en la tasa de creación de dinero sobre las variables del modelo?

vii) Suponga finalmente que $M_0 = 10$ y que $\mu_t = 0.10$, $\forall t$. Calcule y grafique las trayectorias para las mismas variables y compárelas con las obtenidas en (iv). ¿Cual es el impacto de un aumento permanente en la tasa de creación de dinero sobre las variables del modelo?

2. *Política Monetaria Optima con Impuestos Distorsionantes (más difícil)*

Considere un modelo de cash-in-advance con las siguientes características. La familia representativa maximiza su utilidad intertemporal

$$\sum_{t=0}^{\infty} \beta^t \left[u_1\left(c_t^1\right) + u_2\left(c_t^2\right) - v\left(l_t\right) \right]$$

sujeto a la restricción de cash-in advance

$$P_t c_t^2 \leq M_t$$

y la restricción presupuestaria

$$\begin{aligned} P_t c_t^1 + M_{t+1} + Q_t B_{t+1} &= (1 - \tau_t) W_t l_t + B_t \\ &\quad + (M_t - P_t c_t^2) \end{aligned}$$

en donde B_{t+1} representan bonos nominales emitidos por el gobierno a un precio Q_t. El gobierno enfrenta la restricción presupuestaria

$$P_t g_t - \tau_t W_t l_t = (M_{t+1} - M_t) + (Q_t B_{t+1} - B_t)$$

en donde g_t es una secuencia exógena de gasto. El supuesto clave es que el gobierno no tiene acceso a impuestos de suma fija, por lo que debe financiar su gasto mediante impuestos (distorsionantes) al trabajo, el impuesto inflación y la emisión de deuda. Por lo tanto, el óptimo de Pareto no puede ser alcanzado. Por último, la empresa representativa opera una tecnología descrita por la función de producción lineal

$$y_t = A l_t$$

Por simplicidad, asuma que no hay progreso técnico ni crecimiento de la población.

i) Defina un equilibrio competitivo para esta economía (dado que vamos a evaluar la regla de Friedman, NO asuma que la restricción de cash-in-advance se cumple con igualdad)

ii) Caracterice lo mejor posible el equilibrio (halle las ecuaciones de Euler, no-arbitraje, consumo-ocio, factibilidad, etc.). No olvide la condición de holgura para la restricción de cash-in-advance

iii) Obtenga la siguiente condición de implementabilidad:

$$\begin{aligned} c_t^1 + c_t^2 &= \left[\frac{v'(l_t)}{u_1'\left(c_t^1\right)}\right] l_t - \left[\frac{\beta u_1'\left(c_{t+1}^1\right)}{u_1'\left(c_t^1\right)}\right] b_{t+1} + b_t \\ &\quad - \left[\frac{\beta u_2'\left(c_{t+1}^2\right)}{u_1'\left(c_t^1\right)}\right] m_{t+1} + m_t \end{aligned}$$

reemplazando las condiciones de primer orden en la restricción presupuestaria de la familia representativa, con $m_t \equiv M_t/P_t$ y $b_t \equiv B_t/P_t$

iv) Resuelva el problema de Ramsey (i.e., maximizar la función objetivo de la familia representativa sujeto a la condición de implementabilidad obtenida en (iii), la condición de factibilidad y la restricción de cash-in-advance $c_t^2 \leq m_t$) y caracterice la secuencia óptima de impuestos al trabajo (τ_t) y de tasas de interés nominales: $1 + \iota_t \equiv u_2'\left(c_t^2\right)/u_1'\left(c_t^1\right)$

v) Suponga ahora que

$$u_1\left(c_t^1\right) = \frac{\left(c_t^1\right)^{1-\sigma_1}}{1-\sigma_1} \qquad u_2\left(c_t^2\right) = \frac{\left(c_t^2\right)^{1-\sigma_2}}{1-\sigma_2}$$

Muestre que la regla de Friedman ($\iota_t = 0$) es una solución al problema de Ramsey si y solo si la restrición de cash-in-advance se cumple con igualdad ($c_t^2 = m_t$) y $\sigma_1 = \sigma_2$, mientras que si $\sigma_1 < \sigma_2$ la regla óptima es mantener una tasa de interés nominal constante, pero positiva. Interprete este resultado.

III. POLITICA MONETARIA EN UN MODELO NEO-KEYNESIANO

En comparación con los modelos clásicos, los modelos neo-Keynesianos incluyen

- Competencia monopolística en el mercado de bienes
  - Las empresas fijan los precios
  - El equilibrio no es eficiente
- Rigideces nominales: No es fácil cambiar los precios en el corto plazo
  - Cambios en las variables nominales afectan precios relativos
  - El dinero no es neutral

Para simplificar el modelo, asumiremos:

- No hay capital ni inversión: $Y_t = A_t L_t$
- Existe el dinero como unidad de medida, pero no explicaremos por qué el dinero tiene valor en equilibrio

  En otras palabras, no nos preocuparemos por derivar una demanda por dinero; tampoco habrá recaudación del impuesto inflación y podremos ignorar la restricción presupuestaria del gobierno
- La autoridad monetaria fija la tasa de interés nominal como variable de política

Problema del Consumidor

El consumidor representativo maximiza su utilidad intertemporal

$$\sum_{t=0}^{\infty} \beta^t \left[u\left(c_t\right) - v\left(l_t\right)\right]$$

en donde

$$c_t \equiv \left(\int_0^1 c_t\left(i\right)^{\frac{\epsilon-1}{\epsilon}} di\right)^{\frac{\epsilon}{\epsilon-1}}$$

El consumo es un bien compuesto de un contínuo de variedades $i \in [0,1]$

$\epsilon > 1$: Elasticidad de sustitución entre variedades

Cada variedad del bien de consumo es producida por un monopolista

Restricción presupuestaria (en términos nominales)

$$\int_0^1 P_t\left(i\right) c_t\left(i\right) di + Q_t B_{t+1} = B_t + W_t l_t + T_t$$

$P_t\left(i\right)$: precio de la variedad $i \in [0,1]$

Q_t: precio del bono nominal

B_{t+1}: cantidad de bonos adquiridos hoy

T_t: transferencias de suma fija (dividendos)

Problema del Monopolista

Cada variedad es producida por un monopolista mediante la función de producción

$$y_t(i) = A_t l_t(i)$$

Cada monopolista enfrenta un demanda $D_t(P_t(i))$ por su variedad y maximiza sus beneficios eligiendo el precio $P_t(i)$

Resultado estático estándar

$$P_t(i) = \underbrace{\left(\frac{\epsilon}{\epsilon - 1}\right)}_{1+markup} \underbrace{\left(\frac{W_t}{A_t}\right)}_{cmg}$$

dada la elasticidad precio de su demanda

$$\epsilon \equiv \frac{-P_t(i) D_t'(P_t(i))}{D_t(P_t(i))}$$

Dos formas de añadir rigideces nominales:

- Calvo: En cada período, cada monopolista puede ajustar su precio con probabilidad $1 - \theta$

  Por lo tanto, en cada período una fracción $1 - \theta$ de los monopolistas ajustan sus precios, y la fracción θ restante mantienen el mismo precio que en el período anterior

- Rotemberg: Todos los monopolistas pueden cambiar su precio en cada período; sin embargo, cambiar precios requiere pagar un costo de ajuste nominal cuadrático

$$\lambda \frac{(P_t(i) - P_{t-1}(i))^2}{2P_{t-1}}$$

En ambos casos, el problema de la empresa es *dinámico*

Seguiremos el modelo de Rotemberg, que es más sencillo y tiene implicaciones similares en términos de política monetaria

El problema del monopolista i será entonces:

$$\max_{\{P_t(i)\}_{t=0}^{\infty}} \quad \sum_{t=0}^{\infty} Q_{0,t} \left[P_t(i) D_t(P_t(i)) - W_t l_t(i) - \lambda \frac{(P_t(i) - P_{t-1}(i))^2}{2P_{t-1}} \right]$$

$$s.t. \qquad D_t(P_t(i)) = A_t l_t(i)$$

en donde $Q_{0,t} \equiv \prod_{s=0}^{t} Q_{s-1}$ con $Q_{s-1} \equiv 1$ es el factor de descuento de la empresa

`Definición de Equilibrio`

Un *EGC* para esta economía es un conjunto de secuencias para las cantidades c_t, l_t, $c_t(i)$, $y_t(i)$, $l_t(i)$, B_{t+1} y los precios $P_t(i)$, P_t, W_t y Q_t tales que:

i) Dados B_0, P_t, W_t, Q_t y T_t, las secuencias c_t, l_t, B_{t+1} resuelven el problema del consumidor:

$$\max \qquad \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t [u(c_t) - v(l_t)]$$

$s.t.$

$$c_t = \left(\int_0^1 c_t(i)^{\frac{\epsilon-1}{\epsilon}} di \right)^{\frac{\epsilon}{\epsilon-1}}$$

$$\int_0^1 P_t(i) c_t(i) di + Q_t B_{t+1} = B_t + W_t l_t + T_t$$

ii) Para cada variedad $i \in [0,1]$, dados $P_{-1}(i)$, P_t, W_t y Q_t, las secuencias $P_t(i)$ y $l_t(i)$ resuelven el problema del monopolista:

$$\max_{\{P_t(i)\}_{t=0}^{\infty}} \quad \sum_{t=0}^{\infty} \left(\prod_{s=0}^{t} Q_{s-1} \right) \left[P_t(i)\, y_t(i) - W_t l_t(i) - \lambda \frac{(P_t(i) - P_{t-1}(i))^2}{2P_{t-1}} \right]$$

$s.t.$

$$y_t(i) = A_t l_t(i)$$

$$y_t(i) = D_t(P_t(i))$$

en donde $D_t(P_t(i))$ es la demanda óptima por la variedad i en el período t derivada del problema del consumidor

iii) Para cada historia en cada período t, los mercados se vacían:

$$y_t(i) = c_t(i) \qquad \forall i \in [0,1]$$

$$l_t = \int_0^1 l_t(i)\, di$$

$$B_t = 0$$

iv) Las transferencias de suma fija satisfacen

$$T_t = \int_0^1 [P_t(i)\, y_t(i) - W_t l_t(i)]\, di$$

Resolviendo el Problema del Consumidor

Las condiciones de primer orden del problema del consumidor incluyen

$$c_t(j) = \left(\frac{P_t(j)}{P_t(k)}\right)^{-\epsilon} c_t(k) \qquad \forall j, k \in [0, 1]$$

es decir

$$c_t(j) = \left(\frac{P_t(j)}{P_t}\right)^{-\epsilon} c_t$$

una función de demanda por la variedad $j \in [0, 1]$ con elasticidad precio constante e igual a ϵ, en donde definimos el nivel de precios agregado como

$$P_t \equiv \left(\int_0^1 P_t(i)^{1-\epsilon} \, di\right)^{\frac{1}{1-\epsilon}}$$

Nótese que ese nivel de precios agregado satisface

$$P_t c_t = \int_0^1 P_t(i) \, c_t(i) \, di$$

Reemplazando en la restricción presupuestaria y resolviendo el problema de maximización en C_t y L_t, obtenemos las condiciones de primer orden habituales

$$u'(c_t) = \beta \left(\frac{P_t}{P_{t+1} Q_t}\right) u'(c_{t+1})$$

y

$$u'(c_t) = \frac{v'(l_t)}{W_t / P_t}$$

Resolviendo el Problema del Monopolista

Maximizando la función objetivo

$$\sum_{t=0}^{\infty}\left(\prod_{s=0}^{t} Q_{s-1}\right)\left[P_t(i)\,D_t(P_t(i)) - \frac{W_t}{A_t}D_t(P_t(i)) - \lambda\frac{(P_t(i)-P_{t-1}(i))^2}{2P_{t-1}}\right]$$

obtenemos la condición de primer orden

$$\frac{\partial}{\partial P_t(i)} : \left(\prod_{s=0}^{t} Q_s\right)\left[D_t(P_t(i)) + P_t(i)\,D_t'(P_t(i)) - \frac{W_t}{A_t}D_t'(P_t(i))\right.$$

$$\left. - \lambda\left(\frac{P_t(i)-P_{t-1}(i)}{P_{t-1}}\right)\right] + \left(\prod_{s=0}^{t+1} Q_{s-1}\right)\lambda\left(\frac{P_{t+1}(i)-P_t(i)}{P_t}\right) = 0$$

Luego

$$D_t(P_t(i))\left[1-\epsilon+\epsilon\left(\frac{1}{P_t(i)}\right)\frac{W_t}{A_t}\right]$$

$$= \lambda\left[\left(\frac{P_t(i)-P_{t-1}(i)}{P_{t-1}}\right) - Q_t\left(\frac{P_{t+1}(i)-P_t(i)}{P_t}\right)\right]$$

es decir, usando la función de demanda por la variedad i,

$$\left(\frac{P_t(i)}{P_t}\right)^{-\epsilon}\left[1-\epsilon+\epsilon\left(\frac{1}{P_t(i)}\right)\frac{W_t}{A_t}\right]c_t$$

$$= \lambda\left[\left(\frac{P_t(i)-P_{t-1}(i)}{P_{t-1}}\right) - Q_t\left(\frac{P_{t+1}(i)-P_t(i)}{P_t}\right)\right]$$

Con $\lambda = 0$, recuperamos la condición estática habitual

En este modelo todos los monopolistas son iguales, pues enfrentan la misma restricción tecnológica y la misma elasticidad precio de la demanda y porque todos pueden cambiar sus precios en cada período

Por lo tanto, asumimos una solución simétrica en la cual

$$P_t(i) = P_t(j) = P_t$$

y además

$$c_t(i) = c_t(j) = c_t$$

Reemplazando en la condición de primer orden anterior

$$\left[(1-\epsilon) + \epsilon \frac{W_t/P_t}{A_t}\right] c_t = \lambda \left[\left(\frac{P_t}{P_{t-1}} - 1\right) - Q_t \left(\frac{P_{t+1}}{P_t} - 1\right)\right]$$

obtenemos una ecuación en diferencias para P_t

`Cerrando el Modelo`

Escribimos las condiciones de primer orden del consumidor como

$$u'(c_t) = \beta \left(\frac{1+i_{t+1}}{1+\pi_{t+1}}\right) u'(c_{t+1}) \tag{1}$$

$$u'(c_t) = \frac{v'(l_t)}{w_t} \tag{2}$$

definiendo la tasa de inflación

$$\pi_{t+1} \equiv \frac{P_{t+1}}{P_t} - 1$$

la tasa de interés nominal

$$i_{t+1} \equiv Q_t^{-1} - 1$$

y el salario real $w_t \equiv W_t/P_t$

Haciendo lo mismo para la condición de primer orden del monopolista, obtenemos

$$\left[(1-\epsilon)+\epsilon\frac{w_t}{A_t}\right]c_t=\lambda\left[\pi_t-\frac{\pi_{t+1}}{1+i_{t+1}}\right] \tag{3}$$

y combinando la condición de vaciado de mercado con la función de producción

$$c_t=A_t l_t \tag{4}$$

Tenemos cuatro ecuaciones con cinco incógnitas: c_t, l_t, w_t, π_t, i_t

Para cerrar el modelo, asumimos que la tasa de interés nominal es una variable exógena de política

Nótese que sin rigideces nominales ($\lambda = 0$), la ecuación (3) implica

$$w_t=\left(\frac{\epsilon-1}{\epsilon}\right)A_t$$

luego el salario real es independiente de las variables nominales

En ese caso, el subsistema (2) y (4) determina las demás variables reales (c_t y l_t) independientemente de las variables nominales

Sin rigideces nominales, el dinero es *neutra*l en un sentido fuerte y la política monetaria solo afecta la tasa de inflación

Pero con $\lambda > 0$, las variables nominales y reales se determinan conjuntamente, luego la política monetaria tendrá efectos reales

La Solución Eficiente

El problema de un planificador social benevolente es maximizar la utilidad esperada del consumidor representativo

$$\sum_{t=0}^{\infty} \beta^t \left[u\left(c_t\right) - v\left(l_t\right)\right]$$

con

$$c_t \equiv \left(\int_0^1 c_t\left(i\right)^{\frac{\epsilon-1}{\epsilon}} di\right)^{\frac{\epsilon}{\epsilon-1}}$$

sujeto a las restricciones

$$c_t\left(i\right) = A_t l_t\left(i\right)$$

$\forall i \in [0,1]$ y

$$l_t = \int_0^1 l_t\left(i\right) di$$

Resolviendo ese problema, obtenemos las condiciones de primer orden

$$c_t\left(i\right) = c_t\left(j\right) = c_t$$

y

$$l_t\left(i\right) = l_t\left(j\right) = l_t$$

$\forall i, j \in [0,1]$ y

$$u'\left(c_t\right) = \frac{v'\left(l_t\right)}{A_t}$$

La solución eficiente requiere producir la misma cantidad de cada variedad (por simetría) e igualar el ratio de las utilidades marginales del ocio y el consumo al producto marginal del trabajo

Comparando con la solución eficiente, el modelo neo-Keynesiano introduce dos distorsiones conceptualmente distintas

1. Puesto que las empresas tienen poder monopólico, producen menos que el óptimo a un precio mayor

   Recordemos que en el modelo anterior, con competencia monopolística pero *sin* rigideces nominales

$$\frac{v'(l_t)}{u'(c_t)} = w_t = \left(\frac{\epsilon - 1}{\epsilon}\right) A_t < A_t$$

   Por lo tanto, el empleo es menor que en la solución eficiente y el producto también está por debajo del óptimo

2. La rigidez nominal introduce un costo adicional sobre las empresas

   Debido al costo de ajuste, las empresas cambiarán menos sus precios ante cambios en la productividad o en la demanda

   ... por lo que sus beneficios serán menores

   ... y el salario real será aún menor que el de competencia monopolística pero sin rigideces nominales

Política Monetaria Óptima

La primera ineficiencia asociado al poder monopólico puede ser resuelta mediante un subsidio a la contratación de trabajadores τ, tal que

$$\left(\frac{\epsilon-1}{\epsilon}\right) A_t = (1-\tau)\, w_t$$

Para replicar la solución eficiente, elegimos $\tau = \frac{1}{\epsilon}$

Supondremos en adelante que el gobierno impone dicho subsidio, por lo que la política monetaria buscará eliminar la segunda ineficiencia debida a la volatilidad en los precios

Para implementar la solución eficiente, la autoridad monetaria debe mantener el nivel de precios constante (inflación cero) en cada período

De la ecuación (3), con $\pi_t = 0$ recuperamos

$$w_t = \left(\frac{\epsilon-1}{\epsilon}\right) A_t$$

que es la misma condición que obtendríamos sin rigideces nominales

La intuición es que con cero inflación las empresas no tienen incentivos para cambiar sus precios, eliminando la distorsión impuesta por el costo de ajuste

Nótese que la autoridad monetaria debe preocuparse por la estabilidad de precios aunque éste no sea un objetivo explícito de política

Esta regla es distinta de la *regla de Friedman*, que consiste en mantener la tasa de interés nominal constante e igual a cero

En este caso, la regla de política óptima implica una política monetaria activista que iguale las tasas de interés nominal y real

La regla de Friedman busca eliminar la distorsión generada por el costo de guardar dinero para los consumidores

... pero en este modelo los consumidores no guardan dinero

`Efectos de la Política Monetaria`

Usando (2) y (4), tenemos que el costo marginal real de producción es

$$\frac{w_t}{A_t} = \frac{v'(l_t)}{u'(c_t)\, A_t} = \frac{v'(l_t)}{u'(A_t l_t)\, A_t}$$

De otro lado, si estamos suficientemente cerca de un estado estacionario sin inflación, (1) implica

$$1 + i_{t+1} \approx \frac{1}{\beta}$$

Reemplazando en (3)

$$\left[(1-\epsilon) + \epsilon \frac{v'(l_t)}{u'(A_t l_t)\, A_t}\right] A_t l_t = \lambda \left[\pi_t - \beta \pi_{t+1}\right]$$

obtenemos una relación positiva entre la inflación y el empleo (*curva de Phillips*), aumentada por las expectativas de inflación futura

De otro lado, combinando (1) y (4), tenemos

$$u'(A_t l_t) = \beta \left(\frac{1 + i_{t+1}}{1 + \pi_{t+1}} \right) u'(A_{t+1} l_{t+1})$$

o bien, definiendo la tasa de interés real usando la *ecuación de Fisher*,

$$1 + i_{t+1} \equiv (1 + r_{t+1})(1 + \pi_{t+1})$$

obtenemos

$$u'(A_t l_t) = \beta (1 + r_{t+1}) u'(A_{t+1} l_{t+1})$$

una relación negativa entre el empleo y la tasa de interés real (*curva IS*), aumentada por las expectivas sobre el producto futuro

Una política monetaria expansiva (reducción temporal de i_{t+1})

- Reduce la tasa de interés real, si las expectativas de inflación se mantienen constantes

- Aumenta el consumo hoy, reduciendo el consumo futuro, lo que aumenta la demanda de bienes, el empleo y el trabajo

- El aumento en la demanda de trabajo también incrementa el salario real, aumentando el costo marginal de producción y por lo tanto los precios

La autoridad monetaria puede explotar en el corto plazo el trade-off entre inflación y desempleo descrito por la curva de Phillips

Reglas de Taylor de Política Monetaria

El resultado anterior depende de que un aumento en la tasa de interés nominal lleve a un aumento en la tasa de interés real

Es decir, la inflación esperada de mañana debe mantenerse bajo control

Para ello, la autoridad monetaria puede seguir un *regla de Taylor*, del tipo

$$i_{t+1} = (r_{t+1} + \pi^*) + \phi_\pi (\pi_t - \pi^*) + \upsilon_t$$

en donde se compromete a reaccionar ($\phi_\pi > 0$) ante aumentos en la tasa de inflación de hoy por encima de su meta anunciada π^*, permitiendo raramente sorpresas de política monetaria (υ_t estocástico, con media cero)

Combinando la regla de Taylor con la ecuación de Fischer aproximada ($i_{t+1} \approx r_{t+1} + E_t\pi_{t+1}$)

$$E_t\pi_{t+1} = \pi^* + \phi_\pi (\pi_t - \pi^*) + \upsilon_t$$

obtenemos una ecuación en diferencias estocástica de primer orden para la inflación

Si $\phi_\pi > 1$, podemos resolver esta ecuación hacia adelante

$$\begin{aligned}
\pi_t &= (1/\phi_\pi) [E_t\pi_{t+1} + (\phi_\pi - 1) \pi^* - \upsilon_t] \\
&= (1/\phi_\pi)^2 E_t [E_{t+1}\pi_{t+2} + (\phi_\pi - 1) \pi^* - \upsilon_{t+1}] \\
&\qquad\qquad + (1/\phi_\pi) ((\phi_\pi - 1) \pi^* - \upsilon_t) \\
&\ldots.. \\
&= E_t \sum_{k=0}^{\infty} \left(\frac{1}{\phi_\pi}\right)^{k+1} [(\phi_\pi - 1) \pi^* - \upsilon_{t+k}] = \pi^* - \upsilon_t
\end{aligned}$$

puesto que $E_t\upsilon_{t+k} = 0$, $\forall k > 0$

Esta solución nos dice que la inflación de hoy depende tan solo de la meta de inflación anunciada y de los valores *presente y futuros* de las sorpresas monetarias

El punto es que la inflación de mañana (π_{t+1}) es independiente de la sorpresa monetaria de hoy (υ_t)

Principio de Taylor: Si $\phi_\pi > 1$, es decir si la autoridad monetaria se compromete a actuar agresivamente en el futuro siguiendo una política contractiva ante aumentos en la inflación, podra explotar en el corto plazo el trade-off entre inflación y desempleo mediante choques sorpresivos a la tasa de interés nominal

Principio de Taylor e Indeterminación Nominal

¿Qué ocurre si $0 < \phi_\pi < 1$?

Nótese que la ecuación en diferencias estocástica

$$E_{t-1}x_t = a$$

tiene como solución $x_t = a + \xi_t$, en donde ξ_t es cualquier variable aleatoria con media cero (*sunspot*). Podemos concluir que x_t está *indeterminada*, en el sentido que su valor observado no depende solamente de fundamentos

Volviendo al modelo, podemos reescribir la ecuación en diferencias estocástica

$$E_t\pi_{t+1} = \pi^* + \phi_\pi (\pi_t - \pi^*) + \upsilon_t$$

como

$$\pi_t = \phi_\pi \pi_{t-1} + (1 - \phi_\pi)\, \pi^* + \upsilon_{t-1} + \xi_t$$

Si $0 < \phi_\pi < 1$, esta ecuación no puede resolverse hacia adelante, luego iteramos hacia atrás

$$\begin{aligned}
\pi_t &= \phi_\pi \pi_{t-1} + (1-\phi_\pi)\,\pi^* + \upsilon_{t-1} + \xi_t \\
&= \phi_\pi \left[\phi_\pi \pi_{t-2} + (1-\phi_\pi)\,\pi^* + \upsilon_{t-2} + \xi_{t-1}\right] \\
&\qquad\qquad\qquad\qquad + (1-\phi_\pi)\,\pi^* + \upsilon_{t-1} + \xi_t \\
&\ldots\ldots \\
&= \phi_\pi^{t+1}\pi_{-1} + \sum_{k=0}^{t} \phi_\pi^k \left[(1-\phi_\pi)\,\pi^* + \upsilon_{t-k-1} + \xi_{t-k}\right]
\end{aligned}$$

en donde $\{\xi_k\}_{k=0}^t$ es una secuencia de variables aleatoria con media cero, posiblemente sin relación con los fundamentos de la economía (*sunspots*)

El principio de Taylor es necesario para que la inflación, y por lo tanto las demás variables nominales, no se encuentren indeterminadas

`Reglas de Taylor Simplificadas`

La regla de política monetaria óptima puede implementarse usando una regla de Taylor con una meta de inflación igual a cero y sin sorpresas monetarias ($\pi^* = \upsilon_t = 0$)

Sin embargo, en la práctica los Bancos Centrales usan una regla *simplificada*, del tipo

$$i_{t+1} = (\rho + \pi^*) + \phi_\pi (\pi_t - \pi^*) + \phi_y y_t + \upsilon_t$$

en donde ρ es una tasa de interés real de largo plazo y $\pi^* > 0$

Esta regla es más fácil de implementar, pues no requiere observar la tasa de interés real, solo el nivel de producto

En esta regla simplificada

• La meta de inflación positiva (pero baja) recoge algunos aspectos no capturados por el modelo, como credibilidad, fricciones en el mercado de trabjo, etc.

• Las sorpresas monetarias permiten mitigar otras fuentes de incertidumbre no capturadas por el modelo, como cambios en la demanda por dinero

Además, eligiendo adecuadamente los valores de los parámetros ϕ_π y ϕ_y se puede minimizar la pérdida de bienestar asociada con usar la regla simplificada en vez de la regla óptima

PROBLEMAS SELECCIONADOS

1. *Gasto de Gobierno en el Modelo de Rotemberg*

Considere un modelo neo-Keynesiano con rigideces nominales a la Rotemberg. El consumidor representativo maximiza su utilidad intertemporal

$$\sum_{t=0}^{\infty} \beta^t \left[u\left(c_t\right) - v\left(l_t\right)\right]$$

en donde

$$c_t \equiv \left(\int_0^1 c_t\left(i\right)^{\frac{\epsilon-1}{\epsilon}} di\right)^{\frac{\epsilon}{\epsilon-1}}$$

Cada variedad del bien de consumo es producida por un monopolista, con función de producción

$$y_t\left(i\right) = A_t l_t\left(i\right)$$

Cada monopolista enfrenta un demanda $D_t\left(P_t\left(i\right)\right)+g_t$ por su variedad y maximiza sus beneficios eligiendo el precio $P_t\left(i\right)$. A diferencia del modelo visto en clase, añadimos ahora un gobierno que compra una cantidad similar de cada variedad (g_t), financiada mediante un impuesto al consumo ($g_t=\tau c_t$). Todos los monopolistas pueden cambiar su precio en cada período; sin embargo, cambiar precios requiere pagar un costo de ajuste nominal cuadrático

$$\lambda\frac{\left(P_t\left(i\right)-P_{t-1}\left(i\right)\right)^2}{2P_{t-1}}$$

i) Defina un equilibrio general competitivo para esta economía;

ii) Caracterice lo mejor posible el equilibrio competitivo tomando como dada la tasa impositiva τ y una secuencia exógena para la tasa de interés nominal. En particular, encuentre un sistema de cuatro ecuaciones y cuatro incógnitas (c_t, l_t, w_t, π_t) que describa su solución;

iii) Usando las ecuaciones obtenidas en (ii) y el supuesto de estado estacionario $1+i_{t+1}\approx\frac{1}{\beta}$, derive la curva de Phillips para esta economía ¿Cómo se desplaza esta curva ante un aumento en el gasto de gobierno ($\tau\uparrow$)? Explique la intuición; y

iv) Caracterice lo mejor posible la solución eficiente para esta economía dado el mismo nivel de gasto de gobierno g_t. Caracterice las combinaciones de política fiscal (impuestos) y monetaria (tasa de interés nominal) que permiten que la economía descrita en el inciso (ii) alcance la solución eficiente.