INSTITUTO TECNOLÓGICO AUTÓNOMO DE MÉXICO
Maestría en Finanzas
Economía Financiera (Eco-44105), 2015
Lista de ejercicios 1

Ricard Torres

1. Un consumidor tiene preferencias sobre canastas con dos bienes definidas por la función de utilidad $\mathcal{U}(c_1, c_2) = \min\{c_1, 3\,c_2\}$.

(i) Dibujar las curvas de indiferencia, y mostrar que cada curva de indiferencia tiene un vértice ("kink"). Caracterizar la relación entre c_1 y c_2 que define dicho vértice.

(ii) Razonar gráficamente que, dada cualquier recta presupuestaria, la solución del problema de maximización de utilidad siempre debe tener lugar en el vértice de una curva de indiferencia.

(iii) Usando el resultado anterior, hallar las funciones de demanda y la función indirecta de utilidad. (Solución parcial: $c_1(p, I) = 3I/(3p_1 + p_2)$.)

(iv) Hallar la función de gasto mínimo del consumidor invirtiendo la función indirecta de utilidad (en lugar de solucionar el problema de optimización).

(v) Mostrar que la función de gasto mínimo es diferenciable con respecto a precios y nivel de utilidad. Aplicando el teorema de la envolvente, hallar las funciones de demanda hicksiana a partir de la función de gasto mínimo, y mostrar que esas funciones dependen del nivel de utilidad, pero no de los precios. Justificar intuitivamente por qué podríamos haber anticipado que eso sucedería en el presente caso.

2. Un consumidor tiene preferencias sobre canastas con dos bienes definidas por la función de utilidad $\mathcal{U}(c_1, c_2) = c_1^2\,c_2$.

(i) Resolver el problema de maximización de utilidad, y hallar las funciones de demanda (marshalliana). (Solución parcial: $c_1(p, I) = 2I/(3p_1)$.)

(ii) Hallar la función indirecta de utilidad. (Solución: $v(p, I) = 4I^3/(3^3 p_1^2 p_2)$.)

(iii) Hallar la función de gasto mínimo del consumidor invirtiendo la función indirecta de utilidad.

(iv) Aplicando el teorema de la envolvente, hallar las funciones de demanda hicksiana a partir de la función de gasto mínimo. (Solución parcial: $c_1^h(p, u) = (2p_2 u/p_1)^{1/3}$.)

(v) Hallar ahora las funciones de demanda hicksiana solucionando el problema de minimización del gasto, y verificar que coinciden con las halladas anteriormente.

3. Un consumidor tiene preferencias sobre canastas con dos bienes definidas por la función de utilidad $\mathscr{U}(c_1, c_2) = c_1^{1/2} + 2\, c_2^{1/2}$.

(i) A partir de la matriz (hessiana) de derivadas segundas, mostrar que la función de utilidad es estrictamente cóncava.

(ii) Resolver el problema de maximización de utilidad, y hallar las funciones de demanda (marshalliana). (Solución parcial: $c_1(p, I) = p_2 I/[p_1\,(4p_1 + p_2)]$.)

(iii) Hallar la función indirecta de utilidad. (Solución: $v(p, I) = \sqrt{I(4p_1 + p_2)/(p_1 p_2)}$.)

(iv) Hallar la función de gasto mínimo del consumidor invirtiendo la función indirecta de utilidad.

(v) Aplicando el teorema de la envolvente, hallar las funciones de demanda hicksiana a partir de la función de gasto mínimo. (Solución parcial: $c_1^h(p, u) = [p_2 u/(4p_1 + p_2)]^2$.)

(vi) Hallar ahora las funciones de demanda hicksiana solucionando el problema de minimización del gasto, y verificar que coinciden con las halladas anteriormente.

4. Considerar el siguiente concurso (el "problema de Monty Hall"). Antes de comenzar, se coloca de manera aleatoria (con iguales probabilidades, ie 1/3) un premio detrás de una de tres puertas, etiquetadas como A, B y C. Inicialmente, se pide al concursante que elija una de las tres puertas. A continuación, el presentador del concurso seleccionará, entre las dos puertas que el concursante no eligió, una que no contiene ningún premio y la abrirá de tal modo que el concursante lo vea. Finalmente, el presentador ofrecerá al concursante la posibilidad de cambiar a la puerta que no fue abierta o mantener su elección original. Se pide definir todos los posibles estados de la naturaleza para este problema de decisión con incertidumbre (para lo cual hay que identificar en primer lugar *todas* las fuentes de incertidumbre). A continuación, suponer que, cuando el presentador debe decidir acerca de qué puerta abrir entre dos puertas distintas, lo hace en forma aleatoria asignando a cada una igual probabilidad; con este dato, se pide calcular la probabilidad de que el premio esté detrás de la puerta original o bien detrás de la puerta que no fue abierta por el presentador.