

INSTITUTO TECNOLÓGICO AUTÓNOMO DE MÉXICO
Maestría en Finanzas
Economía Financiera (Eco-44105), 2015
Lista de ejercicios 4

Ricard Torres

1. Considerar una variable aleatoria X que toma valores en $(4, 144)$ con probabilidades respectivas $(0.4, 0.6)$. Supongamos que sumamos a X una variable aleatoria Y cuya distribución condicional es: $\mathbb{P}(Y = 0|X = 4) = 1$, $\mathbb{P}(Y = -128|X = 144) = 0.5$ y $\mathbb{P}(Y = +112|X = 144) = 0.5$.
 - (i) Mostrar que la operación de pasar de X a $X + Y$ no constituye un “mean preserving spread”.
 - (ii) Mostrar que podemos descomponer la operación anterior entre un “mean preserving spread”, al que posteriormente sumamos una variable aleatoria no positiva.
 - (iii) Hallar la distribución de la variable aleatoria $X + Y$, y mostrar que no hay dominancia estocástica de primer orden entre X y $X + Y$.
 - (iv) Suponer que la función de utilidad de Bernoulli es $u(x) = \sqrt{x}$. Verificar que X es preferida a $X + Y$. ¿Por qué sucede esto?

2. Considerar una variable aleatoria X que toma valores en $(100, 10000)$ con probabilidades respectivas $(0.5, 0.5)$. Supongamos que sumamos a X una variable aleatoria Y cuya distribución condicional es: $\mathbb{P}(Y = 0|X = 100) = 1$, $\mathbb{P}(Y = -5000|X = 10000) = 0.48$ y $\mathbb{P}(Y = +5000|X = 10000) = 0.52$.
 - (i) Mostrar que la operación de pasar de X a $X + Y$ no constituye un “mean preserving spread”.
 - (ii) Mostrar que podemos descomponer la operación anterior entre un “mean preserving spread”, al que posteriormente sumamos una variable aleatoria no negativa.
 - (iii) Hallar la distribución de la variable aleatoria $X + Y$, y mostrar que no hay dominancia estocástica de primer orden entre X y $X + Y$.
 - (iv) Suponer que un decisor tiene la función de utilidad de Bernoulli $u(x) = \sqrt{x}$. Calcular las utilidades esperadas de X y de $X + Y$ y compararlas. (*Resp.*: 55 y 53.814.)
 - (v) Suponer que un decisor tiene la función de utilidad de Bernoulli $u(x) = x^{0.9}$. Calcular las utilidades esperadas de X y de $X + Y$ y compararlas. (*Resp.*: 2022.1 y 2034.5.)
 - (vi) Dados los dos últimos apartados, ¿cómo se comparan X y $X + Y$ en términos de dominancia estocástica de segundo orden? ¿Por qué?

3. La variable aleatoria X toma valores en $(40, 100, 120)$ con probabilidades $(1/4, 1/2, 1/4)$, e Y toma valores en $(40, 100, 110, 120)$ con probabilidades $(2/8, 2/8, 1/8, 3/8)$. Determinar si hay dominancia estocástica de primer o de segundo orden entre ambas.

4. La variable aleatoria X toma valores en $(10, 40, 60, 80)$ con probabilidades $(10/40, 16/40, 7/40, 7/40)$, e Y toma valores en $(39, 41, 53)$ con probabilidades $(1/2, 1/4, 1/4)$. Determinar si hay dominancia estocástica de primer o de segundo orden entre ambas.