Instituto Tecnológico Autónomo de México
Maestría en Finanzas
Economía Financiera (Eco-44105), 2015
Lista de ejercicios 9

Ricard Torres

1. Consideremos una economía de intercambio puro con dos consumidores, 1 y 2, y dos bienes, a y b. Las funciones de utilidad de los consumidores son: $u_1(x_1, y_1) = \frac{1}{4}\log(x_1) + \frac{3}{4}\log(y_1)$ y $u_2(x_2, y_2) = \frac{3}{4}\log(x_2) + \frac{1}{4}\log(y_2)$. Las dotaciones iniciales de ambos bienes que tienen los consumidores son: $(e_1^1, e_2^1) = (120, 20)$ y $(e_1^2, e_2^2) = (40, 60)$.

(i) Calcular el conjunto de todos los puntos Pareto óptimos, y hacer un gráfico de dicha curva en la caja de Edgeworth.

(ii) Suponer que hay un mercado competitivo para cada uno de los bienes, con precios respectivos p_a y p_b. Hallar las funciones de demanda de los individuos (en función de los precios).

(iii) Aplicando las condiciones de vaciado de los mercados, hallar la relación de precios de equilibrio. Mostrar que se cumple la Ley de Walras: si los precios hacen que se igualen la oferta y la demanda en uno de los mercados, entonces también se deben igualar la oferta y la demanda en el otro mercado.

(iv) Dada la relación de precios de equilibrio, hallar los consumos que cada individuo realiza de ambos bienes en dicho equilibrio. A continuación, verificar que la asignación correspondiente es un óptimo de Pareto, mostrando que está sobre la curva de contrato hallada anteriormente.

(v) Dados los precios de equilibrio, calcular la riqueza inicial de cada individuo: ¿cuál de ellos tiene una mayor riqueza inicial?

2. Consideremos una economía de intercambio puro con incertidumbre. Hay dos consumidores, 1 y 2, un único bien (que podemos interpretar como riqueza), y dos estados de la naturaleza, a y b. Sea π (con $0 < \pi < 1$) la probabilidad del estado a, que supondremos común a ambos individuos. Sean x_i e y_i los consumos del individuo i en los estados a y b, respectivamente. Las dotaciones totales de la economía en ambos estados son $e_a = 100$ y $e_b = 70$. Las funciones de utilidad de Bernoulli de los individuos son $u_1(w) = -e^{-w}$ y $u_2(w) = -e^{-2w}$, donde w es la riqueza. Por lo tanto, sus funciones de utilidad esperada son: $\mathscr{U}_1(x_1, y_1) = -\pi\, e^{-x_1} - (1-\pi)\, e^{-y_1}$ y $\mathscr{U}_2(x_2, y_2) = -\pi\, e^{-2x_2} - (1-\pi)\, e^{-2y_2}$.

(i) Mostrar que las funciones de utilidad de Bernoulli satisfacen, para $i \in \{1, 2\}$ y para toda $w \geq 0$, $u_i'(w) > 0$ y $u_i''(w) < 0$. Mostrar que los coeficientes de aversión absoluta al riesgo de ambos individuos son constantes, y que el individuo 2 es más averso al riesgo que 1.

(ii) Mostrar que cualquier asignación Pareto óptima satisface $2\,x_2 + y_1 = x_1 + 2\,y_2$. (*Nota:* tener en cuenta que $e^s\, e^t = e^{s+t}$.)

(iii) Mostrar que las asignaciones Pareto óptimas (ie, aquellas que implican un reparto óptimo de riesgos) son aquellas que satisfacen $x_1 = 20 + y_1$, para $0 \leq y_1 \leq 70$, además de las restricciones de recursos. Dibujar dichas asignaciones en la caja de Edgeworth, y mostrar que se encuentran entre las rectas de asignaciones sin riesgo de ambos individuos.

(iv) Consideremos ahora una economía en que el individuo 1 es el mismo, pero el individuo 2 tiene *menor* aversión al riesgo, dada por la función de utilidad de Bernoulli $u_2(w) = -e^{-w}$. Hallar la nueva curva de puntos Pareto óptimos, y mostrar que se halla más *lejos* de la recta de asignaciones sin riesgo de 2 que en el caso anterior. Interpretar.