Instituto Tecnológico Autónomo de México
Maestría en Finanzas
Economía Financiera (Eco-44105), 2015
Solución examen final

Nombre: ....

En cada pregunta hay una y sólamente una opción correcta. (Respuesta correcta: +10, incorrecta: −2.)

1. La variable aleatoria X toma valores en $(1, 3, 5)$, y cada uno de estos valores tiene probabilidad $1/3$; Y toma valores en $(2, 3, 4)$, y cada uno de estos valores tiene probabilidad $1/3$. Entonces:

(a) X domina a Y en el sentido de dominancia estocástica de primer orden, pero no de segundo orden.

(b) Y domina a X en el sentido de dominancia estocástica de primer orden, pero no de segundo orden.

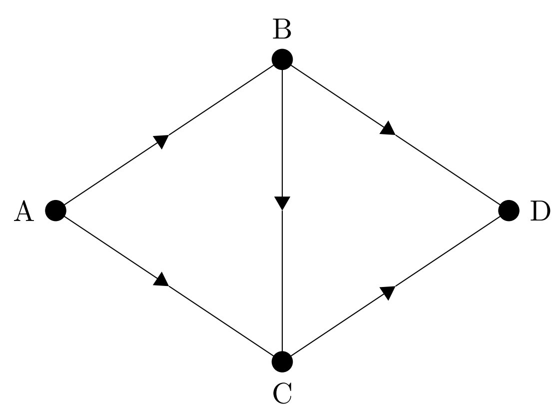
(c) X domina a Y en el sentido de dominancia estocástica de segundo orden, pero no de primer orden.

➜ (d) Y domina a X en el sentido de dominancia estocástica de segundo orden, pero no de primer orden.

Solución: Claramente no hay dominancia estocástica de primer orden, porque X alcanza valores menores (1) y también mayores (5) que Y. Considerar la variable aleatoria Z que tiene distribución condicional: $\mathbb{P}(Z = -1|Y = 2) = 3/4$, $\mathbb{P}(Z = +3|Y = 2) = 1/4$, $\mathbb{P}(Z = 0|Y = 3) = 1$, $\mathbb{P}(Z = +1|Y = 4) = 3/4$, $\mathbb{P}(Z = -3|Y = 4) = 1/4$. Se cumple $\mathbb{E}(Z|Y) = 0$ y $X = Y + Z$, por lo que se trata de un "mean preserving spread".

2. Cuatro conductores desean ir de A a D en el menor tiempo posible. Hay tres rutas: ABD, ACD y ABCD. Una asignación especifica el número de conductores que toman cada ruta: $(N_{\text{ABD}}, N_{\text{ACD}}, N_{\text{ABCD}})$. La tabla siguiente detalla las asignaciones, el tiempo que tarda cada conductor y el tiempo agregado.

Asign	T_{ABD}	T_{ACD}	T_{ABCD}	T Agreg
$(4,0,0)$	22			88
$(3,1,0)$	19	13		70
$(3,0,1)$	21		14	77
$(2,2,0)$	16	16		64
$(2,1,1)$	18	15	14	65
$(2,0,2)$	20		17	74
$(1,3,0)$	13	19		70
$(1,2,1)$	15	18	14	65
$(1,1,2)$	17	17	17	68
$(1,0,3)$	19		20	79
$(0,4,0)$		22		88
$(0,3,1)$		21	14	77
$(0,2,2)$		20	17	74
$(0,1,3)$		19	20	79
$(0,0,4)$			23	92



Las asignaciones de equilibrio de Nash son aquellas en que $(N_{\text{ABD}}, N_{\text{ACD}}, N_{\text{ABCD}})$ es:

(a) $(2, 2, 0)$

(b) $(2, 1, 1)$, $(1, 2, 1)$

➜ (c) $(1, 1, 2)$

(d) $(1, 0, 3)$, $(0, 1, 3)$

3. Una empresa está tratando de decidir si le interesa expandir su negocio a un nuevo mercado (E) o no (N). Si la empresa no expande el negocio, la ganancia neta es normalizada a 0. Si hay expansión, las ganancias netas potenciales dependerán de la reacción de los consumidores, que la empresa estima que puede ser buena (B) o mala (M), con probabilidades respectivas 0.6 y 0.4. Si la reacción es buena, la empresa estima sus ganancias netas en 10, y si es mala en -10. La empresa es neutral al riesgo. La elección óptima le da unas ganancias esperadas:

(a) 1.

➜ (b) 2.

(c) 3.

(d) 4.

Solución: El valor esperado de la decisión E es: $10 \times .6 + (-10) \times .4 = 6 - 4 = 2$, que es mayor que el valor de N, que es 0.

4. Siguiendo con el problema anterior, la empresa está considerando la posibilidad de comprar un estudio de mercado antes de tomar su decisión. Ignorando el costo del estudio, ¿cuál sería la ganancia esperada (ex ante) de contratar el estudio de mercado, si la empresa supusiera que el estudio predeciría exactamente cuál va a ser la reacción de los consumidores?

(a) 2

(b) 4

➜ (c) 6

(d) 8

Solución: Si el informe dice que la reacción será B, la estrategia mejor es E, que da 10; si el informe dice que la reacción será M, la estrategia mejor es N, que da 0. La estimación ex ante de la empresa es que lo primero sucederá con probabilidad 0.60 y lo segundo con probabilidad 0.40, por lo que el valor esperado ex ante es: $0.60 \times 10 + 0.40 \times 0 = 6$.

5. Siguiendo con el problema anterior, la empresa está considerando la posibilidad de contratar un estudio de mercado que dará como resultado un informe positivo (P) o negativo (N). La estimación de la empresa acerca de la fiabilidad del estudio viene dada por la distribución conjunta adjunta.

		Informe	
		P	N
Reacción	B	.40	.20
	M	.10	.30

Si ignoramos el costo del estudio, la adquisición de dicha información proporcionaría a la empresa una ganancia esperada (ex ante) de:

(a) 1

(b) 2

➜ (c) 3

(d) 4

Solución: Si el informe es positivo, la estrategia E da 10 con probabilidad $\mathbb{P}(B|P) = 4/5$, o bien -10 con probabilidad $\mathbb{P}(M|P) = 1/5$, por lo cual su valor esperado es $(4/5) \times 10 + (1/5) \times (-10) = 30/5 = 6$; por tanto, E es preferido a N. Si el informe es negativo, la estrategia E da 10 con probabilidad $\mathbb{P}(B|N) = 2/5$, o bien -10 con probabilidad $\mathbb{P}(M|N) = 3/5$, por lo cual su valor esperado es $(2/5) \times 10 + (3/5) \times (-10) < 0$; por tanto, E es inferior a N. Como la probabilidad ex ante de un informe positivo es .50 y la de un informe negativo es .50, la ganancia esperada ex ante será: $0.50 \times 6 + 0.50 \times 0 = 3$.

6. Considerar una economía de intercambio puro con incertidumbre. Hay dos consumidores, 1 y 2, un único bien, y dos estados de la naturaleza. Los individuos tienen preferencias con la propiedad de la utilidad esperada y sus probabilidades subjetivas para los estados son las mismas. El individuo 1 es neutral hacia el riesgo, y 2 es averso al riesgo. Las asignaciones Pareto óptimas:

(a) Coinciden con las asignaciones sin riesgo del individuo 1.

➜ (b) Coinciden con las asignaciones sin riesgo del individuo 2.

(c) Nunca pueden ser el resultado de equilibrios competitivos con mercados contingentes completos.

(d) Nunca pueden ser el resultado de equilibrios competitivos con mercados financieros completos.

Solución: Visto en clase.

7. Considerar una economía temporal de intercambio puro con incertidumbre. Hay un único bien de consumo y dos períodos $t \in \{0, 1\}$. Sólamente hay incertidumbre en el segundo período, donde hay dos estados de la naturaleza, a y b. Sean (x_i, y_i, z_i) los consumos del individuo i en el primer período y en los estados a y b en el segundo período, respectivamente. Las utilidades son: $\mathcal{U}_1(x_1, y_1, z_1) = \log(x_1) + \frac{3}{4}\log(y_1) + \frac{1}{4}\log(z_1)$ y $\mathcal{U}_2(x_2, y_2, z_2) = \log(x_2) + \frac{1}{4}\log(y_2) + \frac{3}{4}\log(z_2)$. Las dotaciones iniciales totales de recursos de la economía son $(e_0, e_a, e_b) = (20, 20, 40)$. Las asignaciones Pareto óptimas vienen dadas por:

(a) $y_1 = \frac{1}{2}x_1 + 10$, $z_1 = 4x_1 - 40$, $x_2 = 20 - x_1$, $y_2 = 20 - y_1$, $z_2 = 40 - z_1$, $0 \le x_1 \le 20$.

➜ (b) $y_1 = \frac{30x_1}{10+x_1}$, $z_1 = \frac{20x_1}{30-x_1}$, $x_2 = 20 - x_1$, $y_2 = 20 - y_1$, $z_2 = 40 - z_1$, $0 \le x_1 \le 20$.

(c) $y_1 = \frac{50x_1}{30+x_1}$, $z_1 = \frac{60x_1}{50-x_1}$, $x_2 = 20 - x_1$, $y_2 = 20 - y_1$, $z_2 = 40 - z_1$, $0 \le x_1 \le 20$.

(d) $y_1 = x_1$, $z_1 = 2x_1$, $x_2 = 20 - x_1$, $y_2 = 20 - y_1$, $z_2 = 40 - z_1$, $0 \le x_1 \le 20$.

Solución: Las tasas marginales de substitución del individuo 1 son:

$$\mathrm{TMS}^1_{0,1a} = \frac{3x_1}{4y_1}, \qquad \mathrm{TMS}^1_{0,1b} = \frac{x_1}{4z_1}.$$

Y las del individuo 2:

$$\mathrm{TMS}^2_{0,1a} = \frac{x_2}{4y_2}, \qquad \mathrm{TMS}^2_{0,1b} = \frac{3x_2}{4z_2}.$$

Igualando las correspondientes a $(0, 1a)$ y aplicando la restricción de recursos:

$$\frac{3x_1}{4y_1} = \frac{x_2}{4y_2} \quad \rightarrow \quad \frac{3x_1}{y_1} = \frac{20 - x_1}{20 - y_1}.$$

De donde:

$$y_1 = \frac{30x_1}{10 + x_1}, \quad \text{para } 0 \le x_1 \le 20.$$

Igualando las correspondientes a $(0, 1b)$ y aplicando la restricción de recursos:

$$\frac{x_1}{4z_1} = \frac{3x_2}{4z_2} \quad \rightarrow \quad \frac{x_1}{z_1} = \frac{3\,(20 - x_1)}{40 - z_1}.$$

De donde:

$$z_1 = \frac{20x_1}{30 - x_1}, \quad \text{para } 0 \le x_1 \le 20.$$

8. Siguiendo con el problema anterior, supongamos que hay mercados contingentes completos, y que las dotaciones iniciales de los individuos son $(e_{10}, e_{1a}, e_{1b}) = (10, 0, 40)$ y $(e_{20}, e_{2a}, e_{2b}) = (10, 20, 0)$. Normalicemos $p_0 \equiv 1$, y sean p_a y p_b los precios de los mercados de bienes contingentes. Los precios del equilibrio competitivo son:

(a) $p_a = 1$, $p_b = 2$.

(b) $p_a = 1/2$, $p_b = 1$.

➜ (c) $p_a = 1/2$, $p_b = 1/4$.

(d) $p_a = 2$, $p_b = 4$.

Solución: Igualando las tasas marginales de substitución de 1 a las relaciones de precios:

$$\frac{3x_1}{4y_1} = p_a, \qquad \frac{x_1}{4z_1} = p_b.$$

De donde:

$$p_a\, y_1 = \frac{3}{4}\, x_1, \qquad p_b\, z_1 = \frac{1}{4}\, x_1.$$

Substituyendo en la restricción presupuestaria:

$$x_1 + p_a y_1 + p_b z_1 = 2x_1 = W_1 \quad \rightarrow \quad x_1(p_a, p_b) = \frac{W_1}{2}.$$

Las restantes funciones de demanda son, pues:

$$y_1(p_a, p_b) = \frac{3W_1}{8p_a}, \qquad z_1(p_a, p_b) = \frac{W_1}{8p_b}.$$

Igualando las tasas marginales de substitución de 2 a las relaciones de precios:

$$\frac{x_2}{4y_2} = p_a, \qquad \frac{3x_2}{4z_2} = p_b.$$

De donde:

$$p_a\, y_2 = \frac{1}{4}\, x_2, \qquad p_b\, z_2 = \frac{3}{4}\, x_2.$$

Substituyendo en la restricción presupuestaria:

$$x_2 + p_a y_2 + p_b z_2 = 2x_2 = W_2 \quad \rightarrow \quad x_2(p_a, p_b) = \frac{W_2}{2}.$$

Las restantes funciones de demanda son, pues:

$$y_2(p_a, p_b) = \frac{W_2}{8p_a}, \qquad z_2(p_a, p_b) = \frac{3W_2}{8p_b}.$$

A partir de las dotaciones, hallamos que la riqueza de los individuos es: $W_1 = 10 + 40p_b$ y $W_2 = 10 + 20p_a$. La condición de igualación de oferta y demanda en el mercado del bien en $t = 0$ es:

$$20 = x_1 + x_2 = \frac{1}{2}\,(20 + 20p_a + 40p_b) \quad \rightarrow \quad p_a + 2p_b = 1.$$

La condición de igualación de oferta y demanda en el mercado del bien en $1a$ es:

$$20 = y_1 + y_2 = \frac{1}{8p_a}\,(40 + 20p_a + 120p_b) \quad \rightarrow \quad 7p_a - 6p_b = 2.$$

Ambas ecuaciones en términos de (p_a, p_b) dan como solución $(p_a, p_b) = (1/2, 1/4)$.

9. Considerar una economía temporal de intercambio puro con incertidumbre. Hay un único bien de consumo y dos períodos $t \in \{0, 1\}$. Sólamente hay incertidumbre en el segundo período, donde hay dos estados de la naturaleza, a y b. Sean (x_i, y_i, z_i) los consumos del individuo i en el primer período y en los estados a y b en el segundo período, respectivamente. Hay tres mercados competitivos: uno (spot) para el bien en el período $t = 0$, y un mercado (en $t = 0$) para cada uno de los activos $A_1 = (4, 28)$ y $A_2 = (16, 12)$. Los vectores que definen estos activos representan el rendimiento, en términos del único bien, en cada uno de los estados de la naturaleza a y b, respectivamente. Dados precios en todos los mercados, sean $(\alpha_{11}, \alpha_{12}) = (1/2, 1/4)$ las demandas del individuo 1 en cada uno de los mercados de activos. El consumo (contingente) de bien en cada uno de los estados de la naturaleza que correspondería a estas demandas es:

(a) $y_1 = 16$, $z_1 = 7$.

(b) $y_1 = 10$, $z_1 = 10$.

➜ (c) $y_1 = 6$, $z_1 = 17$.

(d) $y_1 = 10$, $z_1 = 20$.

Solución: $y_1 = (1/2) \times 4 + (1/4) \times 16 = 2 + 4 = 6$.
$z_1 = (1/2) \times 28 + (1/4) \times 12 = 14 + 3 = 17$.

10. Siguiendo con el problema anterior, considerar una economía competitiva con mercados contingentes completos donde las dotaciones iniciales, tanto del bien en $t = 0$ como de bienes contingentes, se corresponden con las que hay en la presente economía con activos financieros. Suponer que en dicha economía con mercados contingentes completos existe un único equlibrio competitivo cuando normalizamos $p_0 = 1$, con precios $(p_0, p_a, p_b) = (1, 2, 1)$. Esto implica que, en la presente economía con mercados de activos, los precios de dichos activos en equilibrio serán:

(a) $q_1 = 20$, $q_2 = 40$.

(b) $q_1 = 40$, $q_2 = 80$.

(c) $q_1 = 40$, $q_2 = 40$.

➜ (d) $q_1 = 36$, $q_2 = 44$.

Solución: La matriz de rendimientos de los activos es la que tiene por primera fila $A_1 = (4, 28)$ y por segunda fila $A_2 = (16, 12)$. Como estos dos vectores son linealmente independientes, la matriz tiene rango 2, que es el número de estados de la naturaleza; en consecuencia, los equilibrios de la economía con activos se corresponden a los de la economía con mercados contingentes completos. El valor del activo A_1 calculado a los precios de la economía con mercados contingentes completos es:

$$2 \times 4 + 1 \times 28 = 8 + 28 = 36.$$

El valor del activo A_2 calculado a los precios de la economía con mercados contingentes completos es:

$$2 \times 16 + 1 \times 12 = 32 + 12 = 44.$$