Instituto Tecnológico Autónomo de México
Maestría en Finanzas

Economía Financiera (Eco-44105), 2015

Un modelo de competencia electoral

Ricard Torres

Hay dos partidos políticos, 1 y 2, que compiten para obtener los votos de los ciudadanos. Los votantes están interesados exclusivamente en una plataforma electoral que puede tomar un valor que normalizamos a pertenecer al intervalo $[0, 1]$ (por ejemplo, medimos el énfasis que la plataforma pone en relación al grado de redistribución de la riqueza, o cualquier otra variable de política). La estrategia de cada partido $i \in \{1, 2\}$ es el valor x_i que darán a esta variable de interés para los votantes, donde $0 \leq x_i \leq 1$. Los partidos están interesados sólamente en ganar las elecciones; la utilidad del partido i es:

$$u_i(x_1, x_2) = \begin{cases} 2, & \text{si } i \text{ gana las elecciones;} \\ 1, & \text{si empatan;} \\ 0, & \text{si } i \text{ pierde las elecciones.} \end{cases}$$

Si la política óptima de un votante es un cierto x tal que $0 \leq x \leq 1$, entonces la distancia de una política a x es una medida de la desutilidad que el votante tiene si se implementa esta política: es decir, el votante prefiere una política cuanto más cercana a x mejor, y es indiferente entre dos políticas que estén a la misma distancia de x.

Para simplificar, supondremos que hay un continuo de votantes cuyos valores óptimos x están distribuidos sobre el intervalo $[0, 1]$ de acuerdo a una distribución que tiene una función de densidad de probabilidad continua y estrictamente positiva sobre todo el intervalo. Esto implica que la mediana m de la distribución está ben definida y satisface $0 < m < 1$. (Recordatorio: la mediana m es aquel punto que, cuando existe, satisface $\mathbb{P}\{x : x \leq m\} = \mathbb{P}\{x : x \geq m\} = 0.5$.)

La descripción anterior define un juego en forma estratégica: jugadores, estrategias y utilidades. Para hallar los equilibrios de Nash (en estrategias puras) del juego, caracterizaremos las funciones de mejor respuesta de los jugadores.

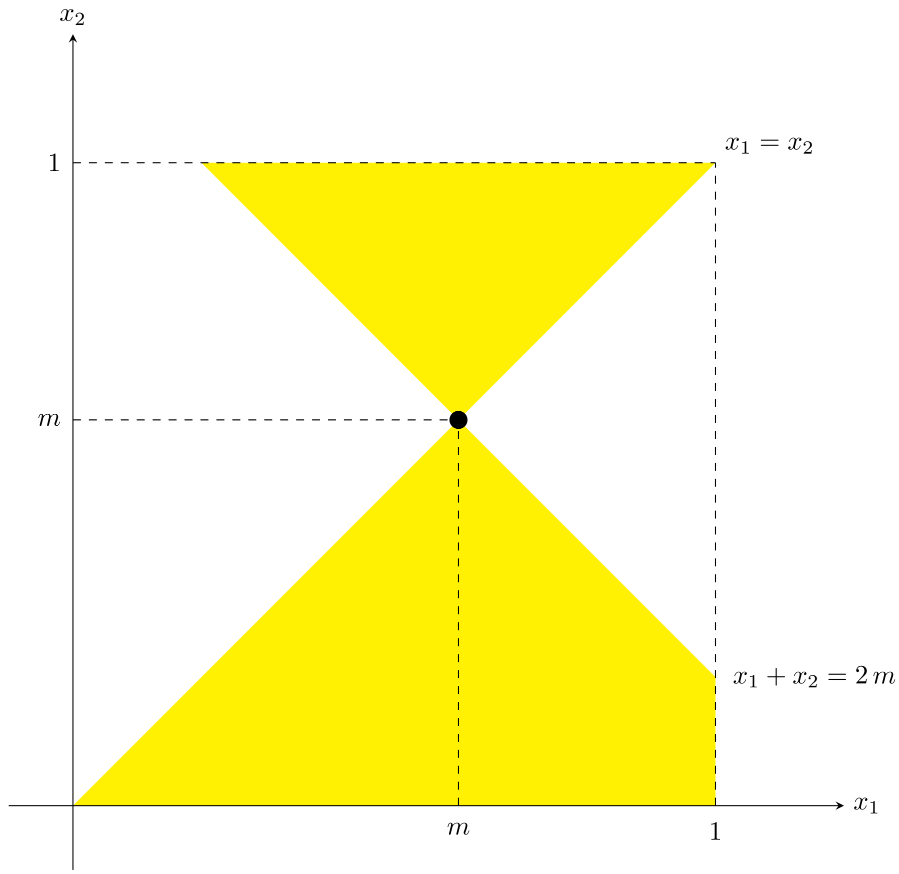
En primer lugar, veamos qué partido resultará ganador dado un par de estrategias (x_1, x_2). Si se cumple $x_1 < x_2$, entonces los votantes localizados en el punto intermedio, $x_i = 0.5\,x_1 + 0.5\,x_2$, son indiferentes entre ambos partidos, todos los votantes a la izquierda de x_i (ie, $x < x_i$) prefieren estrictamente el partido 1, y todos los votantes a la derecha de x_i (ie, $x > x_i$) prefieren estrictamente el partido 2. Para saber cuál de los dos partidos gana, debemos determinar la localización de x_i en relación a la mediana m de la distribución. Si $x_i < m$, entonces el partido 2 obtiene más del 50% de los votos, por lo cual ganará. Inversamente, si $x_i > m$, entonces el partido 1 obtiene más del 50% de los votos y gana. Si $x_i = m$, entonces cada partido obtiene exactamente el 50% de los votos, y por tanto hay empate.

Consideremos ahora las mejores respuestas del jugador 1 a una estrategia dada x_2 de su rival. Supongamos en primer lugar que $x_2 < m$. En este caso, si $x_1 < x_2$, el punto intermedio $x_i = 0.5\,x_1 + 0.5\,x_2$ satisface $x_i < x_2 < m$, por lo cual el partido 2 ganaría. Por tanto, el partido 1 deseará elegir algún $x_1 > x_2$ de tal manera que $x_i < m$: eso garantiza que este partido gana las elecciones. Análogamente, si $x_2 > m$, el partido 1 deseará elegir algún $x_1 < x_2$ de tal manera que $x_i > m$, con lo cual este partido gana las elecciones. Finalmente, si $x_2 = m$, tanto $x_1 < m$ como $x_1 > m$ hacen que 1 pierda las elecciones, por lo que la mejor respuesta es $x_1 = m$, que resulta en empate.

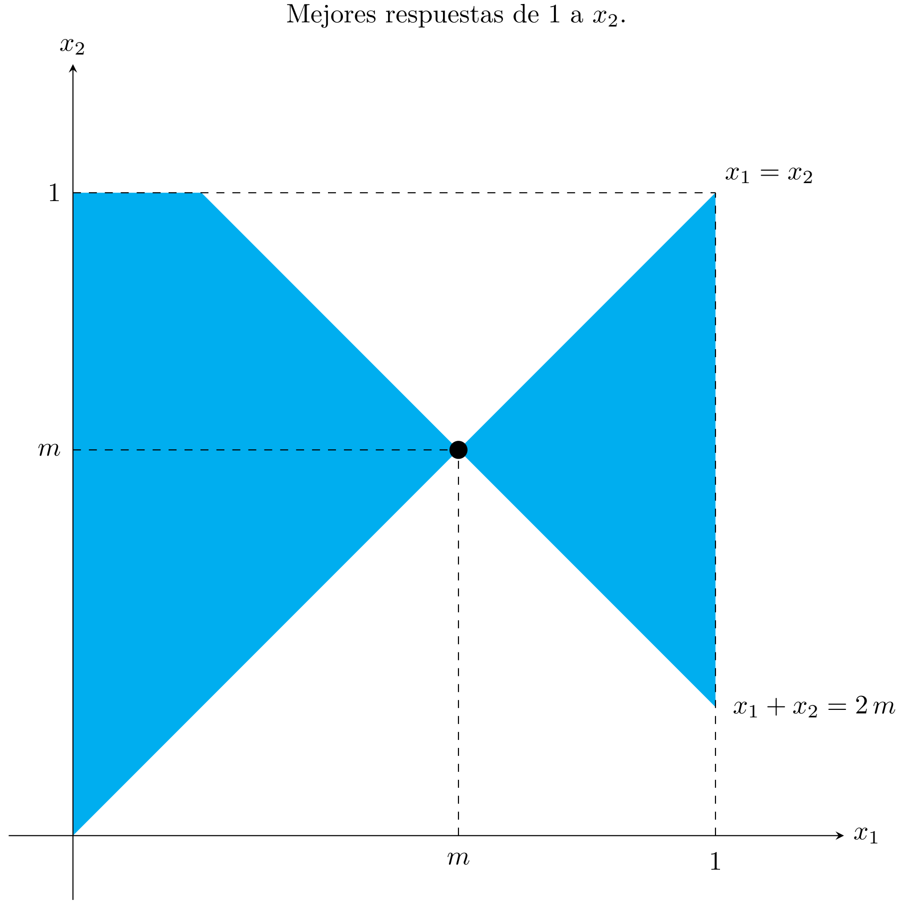
En resumen, las mejores reespuestas de los jugadores son:

$$\mathrm{MR}_1(x_2) = \begin{cases} (x_2, 2m - x_2), & \text{si } x_2 < m; \\ \{m\}, & \text{si } x_2 = m; \\ (2m - x_2, x_2), & \text{si } x_2 > m. \end{cases} \qquad \mathrm{MR}_2(x_1) = \begin{cases} (x_1, 2m - x_1), & \text{si } x_1 < m; \\ \{m\}, & \text{si } x_1 = m; \\ (2m - x_1, x_1), & \text{si } x_1 > m. \end{cases}$$

Hemos representado estas mejores respuestas en la siguiente página. En los gráficos se puede apreciar que el único punto de contacto entre ambas mejores respuestas (es decir, el único punto donde hay mejores respuestas mutuas) se da cuando $x_1 = x_2 = m$. Éste será, pues, el único equilibrio de Nash en estrategias puras. Una forma alternativa de ver eso es notar que las mejores respuestas de cada jugador aseguran que éste empata o gana las elecciones: ésto es compatible sólamente con un resultado final de empate.



Mejores respuestas de 1 a x_2.



Mejores respuestas de 2 a x_1.