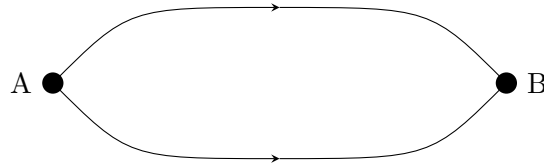


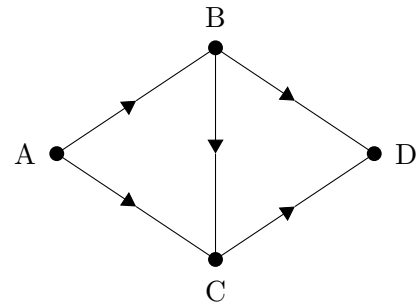
1. Consideremos el siguiente problema de transporte:



El objetivo de los conductores es ir de A a B en el menor tiempo posible. Supondremos que hay 4 conductores. Una asignación consiste en un par ordenado (n, m) , donde n es el número de conductores que toma la ruta de arriba, y m el que toma la ruta de abajo. Por tanto, n y m son números enteros que satisfacen $n, m \geq 0$ y $n + m = 4$. El tiempo que tarda cada conductor para cada una de las posibles vías, dado el número total de conductores que viajan en la misma, viene dado por las funciones $f(\cdot)$ y $g(\cdot)$, para las rutas de arriba y de abajo, respectivamente. Una asignación (n, m) constituye un equilibrio de Nash si ningún conductor puede (estrictamente) disminuir el tiempo que tarda cambiando de ruta. Es decir, (n, m) es un equilibrio de Nash si, y sólo si, se cumple: (1) $f(n) \leq g(m + 1)$ siempre que $n \geq 1$; y (2) $g(m) \leq f(n + 1)$ siempre que $m \geq 1$. Una asignación es un óptimo social si minimiza el tiempo agregado. Hallar todos los equilibrios de Nash y los óptimos sociales en los casos siguientes:

- (i) $f(n) = 2n, g(m) = m + 3$.
- (ii) $f(n) = 2n, g(m) = m + 4$.
- (iii) $f(n) = 2n, g(m) = m + 5$.

2. Cuatro conductores desean ir de A a D en el menor tiempo posible. Hay tres rutas posibles: ABD, ACD y ABCD. Una asignación especifica el número de conductores que toma cada ruta: $(N_{ABD}, N_{ACD}, N_{ABCD})$. Los tiempos que tardan los conductores en los distintos tramos, según el número de otros conductores son: $T_{AB} = 1 + 2N_{AB}$, $T_{AC} = 9 + N_{AC}$, $T_{BD} = 9 + N_{BD}$, $T_{BC} = 1 + N_{BC}$, $T_{CD} = 1 + 2N_{CD}$.



Hallar aquellas asignaciones que minimizan el tiempo medio que tarda un conductor, y aquellas que son equilibrios de Nash donde los conductores toman sus decisiones individualmente.

3.

Hallar todos los equilibrios de Nash en estrategias mixtas (que incluyen las puras) del juego adjunto. Para ello, hallar en primer lugar las mejores respuestas mixtas de cada jugador a una estrategia mixta del rival, y a continuación ver cuándo hay mejores respuestas mutuas.

		2	
		c	d
1	a	3, 1	2, 0
	b	0, 1	3, 2

4. Considerar el siguiente juego. Los jugadores 1 y 2 escribirán (confidencialmente) en un papel un número entero entre 1 y 100. A continuación, se mostrarán públicamente los números escritos por ambos. Si éstos son iguales, el jugador 2 pagará \$1 a 1. Si no lo son, no hay intercambio de dinero. La utilidad de cada jugador es la diferencia entre el dinero que recibe y el que paga.

- (i) Mostrar que no hay ningún equilibrio de Nash en estrategias puras.
- (ii) Las estrategias mixtas de cada jugador son distribuciones de probabilidad sobre los enteros entre 1 y 100. Hallar las mejores respuestas (en términos de estrategias mixtas) de cada jugador a una estrategia mixta del rival. Para ello, hay considerar cuándo un jugador preferiría usar una de sus estrategias puras; si hay empate entre varias, entonces cualquier distribución de probabilidad sobre esas estrategias que maximizan la utilidad esperada del jugador es mejor respuesta.
- (iii) Hallar todos los equilibrios de Nash en estrategias mixtas.