Instituto Tecnológico Autónomo de México
Maestría en Economía
Microeconomía Aplicada II (Eco-31112), 2015
Lista de ejercicios 3

Ricard Torres

1. Un individuo evalúa variables aleatorias (activos financieros) de acuerdo al valor esperado de la utilidad de Bernoulli $u(x) = \sqrt{x}$, definida sobre niveles de riqueza (medidos en millones de pesos). Supongamos que su riqueza inicial consiste en (la suma de) dos variables aleatorias, X e Y. La variable X no es realmente aleatoria, pues da 15 millones de pesos con probabilidad 1. La variable Y da 1 millón con probabilidad 1/2, o bien 10 millones con probabilidad 1/2.

(i) Hallar $\mathbb{E}(Y)$ y $\mathbb{E}(X+Y)$ (el valor esperado de la riqueza del individuo).

(ii) Hallar la distribución (conjunta) de (X, Y). (*Nota:* como X no tiene aleatoriedad, la distribución conjunta depende solamente de la distribución de Y.)

(iii) Hallar la utilidad esperada de la riqueza del individuo: $\mathbb{E}\{u(X+Y)\}$.

(iv) Si el individuo vende el activo financiero representado por Y a cambio de una cantidad de dinero m, entonces su riqueza consistirá en X más una nueva variable aleatoria (trivial) Z que da m en todos los estados de la naturaleza. Escribir la expresión (en función de m) para la utilidad esperada del individuo si intercambia Y por la cantidad m.

(v) Hallar aquella cantidad m^* que hace que la utilidad esperada del individuo después de la venta del activo financiero sea la misma que tenía antes de dicha venta. Interpretar m^* como el precio de reserva del activo financiero para el individuo.

2. Un individuo tiene la función de utilidad de Bernoulli $u(x) = \sqrt{x}$. El individuo posee dos activos financieros, representados por las variables aleatorias X e Y cuya distribución conjunta y valores son:

		Y	
		2	300
X	100	1/20	7/20
	500	9/20	3/20

(i) Para cada x y y en los rangos respectivos de X e Y, ie $x \in \{100, 500\}$ e $y \in \{2, 300\}$, hallar los valores de: las distribuciones marginales $p_X(x)$ y $p_Y(y)$; las distribuciones condicionales $\mathbb{P}(X = x|Y = y)$ y $\mathbb{P}(Y = y|X = x)$; las esperanzas condicionales (ie, las esperanzas tomadas con respecto a las distribuciones condicionales) $\mathbb{E}(X|Y = y)$ y $\mathbb{E}(Y|X = x)$.

(ii) Hallar $\mathbb{E}(X)$, $\mathbb{E}(X)$, y $\mathbb{E}(X+Y)$.

(iii) Hallar la utilidad esperada: $\mathbb{E}\{u(X+Y)\}$.

3. Berto tiene una riqueza sin riesgo de $\$M$, y valora variables aleatorias de acuerdo al valor esperado de la función de utilidad de Bernoulli $u(x) = \log(x)$ (el logaritmo natural, cuya derivada es la inversa del argumento). Ana ha retado a Berto a una apuesta acerca de si México ganará el próximo partido de futbol contra los USA. Si Berto apuesta una cantidad x, entonces Ana le pagará esa cantidad si México gana, y en caso contrario será él quien se la pague a ella.

(i) Sea λ la probabilidad que Berto estima que México tiene de ganar, y sea x la cantidad que Berto decide apostar. Hallar la utilidad esperada de Berto.

(ii) Dada la estimación λ de Berto, hallar su apuesta óptima x (ie, aquella cantidad que hace máxima su utilidad esperada).

(iii) Mostrar que, observando la apuesta x de Berto, Ana puede inferir la estimación λ que éste tiene de que México gane.