Instituto Tecnológico Autónomo de México
Maestría en Economía
Microeconomía Aplicada II (Eco-31112), 2015
Lista de ejercicios 6

Ricard Torres

Solucionar las siguientes cuestiones en `Matlab` o en `Octave`.

1. Sobre el dominio de los $x > 0$, definimos las funciones $f(x) = 1 - e^{-x}$ (en `Matlab`, la función exponencial es `exp`), y $g(x) = 0.2\,x$.

(i) Hallar aquel punto `xz > 0` donde $f(x) = g(x)$.

(ii) Hallar aquel punto `xm` donde la función $h(x) = f(x) - g(x)$ alcanza su valor máximo. Mostrar que, en ese punto, se cumple $f'(x) = g'(x)$ (tener en cuenta que `Matlab` aproxima soluciones dentro de un determinado nivel de tolerancia que nosotros podemos controlar, por tanto, más que comprobar igualdad hay que verificar que la diferencia es suficientemente pequeña; podemos comprobar que una diferencia `z` es más pequeña en valor absoluto que una tolerancia dada `tol` mediante `abs(z) < tol`).

(iii) Graficar sobre un mismo diagrama ambas funciones, de modo que ambos puntos estén dentro del dominio.

2. Sea `x = [ 1 : 10]` un vector de valores de una variable aleatoria (eg, 10 categorías distintas). Sea `y` un vector de frecuencias *absolutas* (ie, números de ocurrencias) correspondientes a cada categoría. Podemos generar este vector aleatoriamente haciendo: `y = randi(20,1,10)` (obtendremos un vector de dimensiones (1,10) de números enteros aleatorios entre 1 y 20).

(i) Normalizar el vector `y` para que se convierta en un vector de frecuencias *relativas*, es decir, de probabilidades.

(ii) Hallar la esperanza de la distribución de probabilidad resultante. Hacerlo de dos formas: primero en forma vectorial (la forma natural en `Matlab`), y luego mediante una iteración basada en `for`.

(iii) Hallar la varianza y la desviación típica de esta distribución de probabilidad. Hacerlo también de las dos formas anteriores.

3. Sean `X = [ 10 : 10 : 40 ]` e `Y = [ 20 : 20 : 80 ]` los valores que toman dos variables aleatorias. La distribución conjunta de dichas variables viene dada por la matriz de frecuencias *absolutas* que generamos aleatoriamente mediante `P = randi(40,4,4)`. Las filas de la matriz corresponden a los valores de `X`, y las columnas a los valores de `Y`.

(i) Normalizar esta matriz para que corresponda a frecuencias *relativas*, es decir, una distribución de probabilidad conjunta.

(ii) Hallar las distribuciones marginales de las variables.

(iii) Hallar el valor esperado y la varianza de cada una de las variables.

(iv) Hallar la covarianza de las dos variables aleatorias mediante puro cálculo vectorial. A continuación, hacerlo mediante una iteración con doble indexación que consista en dos `for` anidados.

(v) Hallar la varianza de la variable aleatoria suma `Z = X + Y` usando una iteración similar a la anterior. Comparar el resultado con la fórmula $\mathrm{Var}(X+Y) = \mathrm{Var}(X) + \mathrm{Var}(Y) + 2\,\mathrm{Cov}(X,Y)$.