INSTITUTO TECNOLÓGICO AUTÓNOMO DE MÉXICO
Licenciatura/Maestría en Teoría Económica
Programación dinámica (Eco-10401)
Solución test lista de Ejercicios 2, Agosto 2008

Nombre: ....

En cada pregunta hay una y sólamente una opción correcta. (Respuesta correcta: +10, incorrecta: −2.)

Considerar un problema de inversión con costos de ajuste en que una empresa quiere pasar de un capital inicial $y_0 = 0$ a un capital final $y_T = M \geq 0$ en $T \geq 1$ períodos, indexados por la variable t, con recorrido $0 \leq t \leq T-1$. Hay un factor de descuento temporal $\beta \in (0,1)$. La *law of motion* es $y_{t+1} = y_t + x_t$, donde x_t es la inversión (o desinversión) realizada durante el período t.

El objetivo de la empresa es la minimización de los costos de ajuste (inversión o desinversión), que vienen dados por la expresión $\sum_{t=0}^{T-1} \frac{1}{2}\,\beta^t\,x_t^2$. La condición terminal $y_T = M$ implica que la función de valor de Bellman cuando falta un período debe necesariamente ser $w(y,1) = \frac{1}{2}\,(M-y)^2$. Las restantes funciones de valor de Bellman satisfacen:

$$w(y, n+1) = \min_x \frac{1}{2}\,x^2 + \beta\,w(y+x, n), \qquad \text{para } 1 \leq n \leq T-1.$$

Para resolver el problema, vamos a usar el método de los coeficientes indeterminados con la conjetura $w(y,n) = a_n + b_n\,(M-y)^2$, y condiciones terminales $a_1 = 0$ y $b_1 = 1/2$.

1. El método de los coeficientes indeterminados confirma nuestra conjetura y da unos valores de los parámetros iguales a:

(a) $a_n = n-1$, $b_n = 1/2$.

(b) $a_n = 0$, $b_n = \dfrac{1-\beta}{2}\,\dfrac{\beta^{n-1}}{1+\beta-2\beta^n}$.

➜ (c) $a_n = 0$, $b_n = \dfrac{1-\beta}{2}\,\dfrac{\beta^{n-1}}{1-\beta^n}$.

(d) $a_n = 0$, $b_n = \dfrac{1}{2(1-\beta)}\,\dfrac{1-\beta^n}{\beta^{n-1}}$.

2. Bajo la política óptima, cuando quedan n períodos por delante y el capital inicial es y, el capital final será:

(a) $\dfrac{\beta^{n-1}}{1-\beta^n}\,M + \dfrac{1-\beta^{n-1}}{1-\beta^n}\,y$.

(b) $\dfrac{1-\beta^{n-1}}{1-\beta^n}\,M + \dfrac{\beta^{n-1}}{1-\beta^n}\,y$.

➜ (c) $\dfrac{\beta^{n-1}-\beta^n}{1-\beta^n}\,M + \dfrac{1-\beta^{n-1}}{1-\beta^n}\,y$.

(d) $\beta^n\,M + (1-\beta^n)\,y$.

3. Teniendo en cuenta las políticas óptimas expresadas en forma recursiva que hemos hallado anteriormente, y la condición terminal $y_0 = 0$, el capital inicial en el período $t = 2$ (final en $t = 1$) bajo la política óptima será:

➜ (a) $y_2 = \dfrac{\beta^{T-2}-\beta^T}{1-\beta^T}\,M$.

(b) $y_2 = (1-\beta^{T-2})\,M$.

(c) $y_2 = \dfrac{1-\beta^{T-2}}{1-\beta^T}\,M$.

(d) $y_2 = \dfrac{\beta^{T-2}}{1-\beta^T}\,M$.